

Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Druckluftbehälter*

12 von 50 Punkten

Kurzfrage: Welche Modellvorstellung liegt dem „ideales Gas“ zugrunde und unter welchen Bedingungen verhält sich ein realer Stoff (fast) wie ein ideales Gas? (2 Punkte)

Das Ventil eines Druckluftbehälters ($V = 1,5 \text{ m}^3$), in dem zunächst ein Druck von 20 bar herrscht, wird ein bisschen geöffnet, so dass Luft in die Umgebung ($T_U = 20^\circ\text{C}$, $p_U = 1 \text{ bar}$) entweichen kann. Das Ventil verhält sich wie eine adiabate Drossel. Die Flasche ist gegenüber der Umgebung nicht isoliert und der Ausströmvorgang verläuft langsam, so dass in der Flasche stets Umgebungstemperatur herrscht. Der Ausströmvorgang läuft so lange, bis in der Flasche der gleiche Druck herrscht, wie in der Umgebung.

Hinweis: Die Luft in der Flasche verhalte sich wie ein ideales Gas.

- Welche Temperatur hat Luft direkt hinter dem Ventil nach dem Ausströmen?
- Wie groß ist der spezifische irreversible Arbeitsverlust $w_{v,irrev}$ der auströmenden Luft beim Durchströmen des Ventils, also im Ventil, direkt nachdem es geöffnet wurde?
- Wie groß ist der gesamte irreversible Arbeitsverlust vom Beginn bis zum Ende des Ausströmvorgangs.
- Welche Masse strömt während des gesamten Ausströmvorgangs aus der Flasche?

Lösung:

KF: Im idealen Gas liegen keine Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Molekülen vor. Jedes Molekül verhält sich so, als ob es sich alleine im Kontrollvolumen befinden würde. Die Annahme, einen Stoff als ideales Gas zu betrachten ist dann zulässig, wenn sich der Stoff weit entfernt vom Nassdampfgebiet befindet (hohe Temperaturen und moderate Drücke)

- a) Bei einem idealen Gas ist die Enthalpie nur abhängig von der Temperatur. Da das Ausströmen als isenthalper Vorgang betrachtet werden soll, ändert sich die Enthalpie und damit auch die Temperatur des Gases nicht. $\Rightarrow T = 20^\circ C$
- b) Entropiedifferenz zwischen Zustand in der Flasche und der Umgebung:

$$\begin{aligned}\Delta s &= c_p \cdot \ln\left(\frac{T_u}{T_1}\right) - R_L \cdot \ln\left(\frac{p_u}{p_1}\right) \\ &= 1006 \frac{J}{kg K} \cdot \ln\left(\frac{293,15 K}{293,15 K}\right) - 287 \frac{J}{kg K} \cdot \ln\left(\frac{20 bar}{1 bar}\right) \\ &= -859,78 \frac{J}{kg K}\end{aligned}$$

irreversible Verlustarbeit:

$$\begin{aligned}w_{v,irr} &= T_u \cdot \Delta s \\ &= 293,15 K \cdot -859,78 \frac{J}{kg K} \\ &= -252,04 \frac{kJ}{kg}\end{aligned}$$

- c) Da das Gas danach im Umgebungszustand vorliegt, entspricht die irreversible Verlustarbeit der Exergie der inneren Energie.

$$-W_{ex} = m \cdot c_v \cdot \underbrace{(T_1 - T_u)}_{=0} + p_u \cdot (V_1 - V_u) - m \cdot T_u \cdot \Delta s$$

Als erstes wird die Masse des Gases zu Beginn bestimmt:

$$\begin{aligned}m &= \frac{p_1 \cdot V_1}{T \cdot R_L} \\ &= \frac{20 \cdot 10^5 Pa \cdot 1,5 m^3}{293,15 K \cdot 287 \frac{J}{kg K}} \\ &= 35,66 kg\end{aligned}$$

Bestimmung des Gasvolumens im Umgebungszustand:

$$\begin{aligned}V_u &= \frac{m \cdot R_L \cdot T_u}{p_u} \\ &= \frac{35,66 kg \cdot 287 \frac{J}{kg K} \cdot 293,15 K}{1 \cdot 10^5 Pa} \\ &= 30 m^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow -W_{ex} &= 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (1,5 \text{ m}^3 - 30 \text{ m}^3) + 35,66 \text{ kg} \cdot 293,15 \text{ K} \cdot 859,78 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \\ &= 6137,2 \text{ kJ}\end{aligned}$$

- d) Die ausgeströmte Masse ist die Differenz zwischen der Masse, die sich zu Beginn in der Flasche befand und der Masse, die sich zu Ende noch in der Flasche befindet:

$$\begin{aligned}\Delta m &= m - \frac{p_u \cdot V_1}{R_L \cdot T_u} \\ &= 35,66 \text{ kg} - \frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1,5 \text{ m}^3}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 293,15 \text{ K}} \\ &= 33,87 \text{ kg}\end{aligned}$$

Kurzfrage: Warum ist der theoretisch maximal erreichbare Wirkungsgrad eines Stirlingmotors an einem Wintertag meist höher als an einem Sommertag? (Bei identischer Wärmequelle)

In dieser Aufgabe sollen ein Otto- und ein Dieselprozess verglichen werden. Betrachtet werden dabei idealisierte Prozesse, wie Sie in der Vorlesung vorgestellt wurden. Das Ausblasen von Abgasen und das Ansaugen von Frischluft soll hier nicht berücksichtigt werden. Das Arbeitsmedium ist Luft, die sich wie ein ideales Gas verhält; der Brennstoff werde vernachlässigt.

Beide Prozessen sollen das gleiche Verdichtungsverhältnis ($\epsilon = 10$) aufweisen und die höchste im Prozess auftretende Temperatur ($T_{max} = 1500^\circ C$) sei ebenfalls gleich.

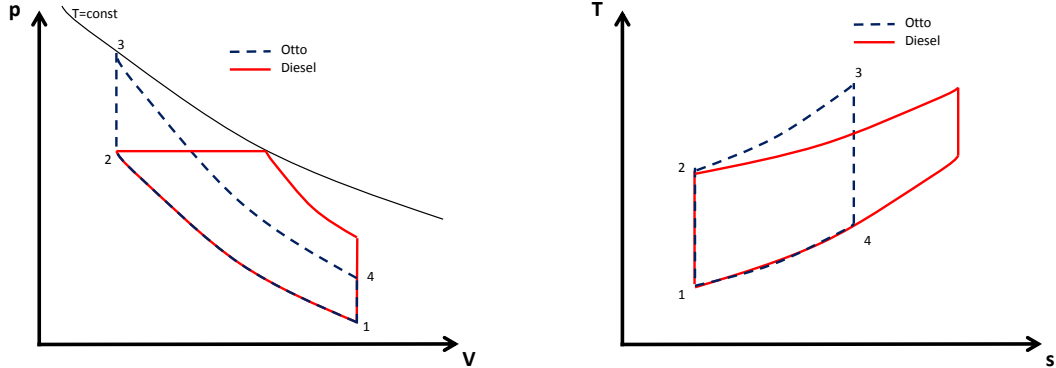
Der Zustand 1, also der Zustand vor der Verdichtung, sei bei beiden Prozessen identisch: $T_1 = 25^\circ C$ und $p_1 = 1 \text{ bar}$.

- a) Zeichnen Sie den oben beschriebenen Otto- und Dieselprozess in das selbe p-V-Diagramm UND ebenfalls in ein gemeinsames T-S-Diagramm.
- b) Bestimmen Sie für beide oben beschriebene Prozesse den höchsten im Prozess jeweils auftretenden Druck.
- c) Bei welchem der beiden oben beschriebenen Prozesse würde eine veränderte Maximaltemperatur den maximal auftretenden Druck stärker beeinflussen.
- d) Erstellen Sie eine Tabelle mit den Drücken und Temperaturen aller vier Eckpunkte des oben beschriebenen Otto-Prozesses.

Lösung:

KF:

a) Diagramme:



b)

$$T_2 = T_1 \cdot \epsilon^{\kappa-1} = 298,15 \text{ K} \cdot 10^{1,4-1} = 748,919 \text{ K}$$

$$p_2 = p_1 \cdot \epsilon^{\kappa} = 1 \text{ bar} \cdot 10^{1,4} = 25,1189 \text{ bar}$$

aus $v_{2,Otto} = v_{3,Otto}$ folgt für das ideale Gas

$$\begin{aligned} p_{3,Otto} &= p_2 \cdot \left(\frac{T_{3,Otto}}{T_2} \right) = p_2 \cdot \left(\frac{T_{max}}{T_2} \right) \\ &= 25,1189 \text{ bar} \cdot \left(\frac{1773,15 \text{ K}}{748,919 \text{ K}} \right) \\ &= 59,472 \text{ bar} \end{aligned}$$

$$p_{max,Otto} = p_{3,Otto} = 59,472 \text{ bar}$$

$$p_{max,Diesel} = p_2 = 25,1189 \text{ bar}$$

c) Nur beim Otto-Prozess wirkt sich die maximale Temperatur auf den maximal auftretenden Druck aus. (bei unveränderten Randbedingungen bezüglich Zustand 1 und ϵ). Beim Diesel-Prozess gibt es unter den gegebenen Randbedingungen keinen Zusammenhang zwischen maximaler Temperatur und maximalem Druck.

d) unbekannt ist nur noch der Zustand 4

$$T_{4,Otto} = \frac{T_{3,Otto}}{\epsilon^{\kappa-1}} = \frac{1773,15 \text{ K}}{10^{1,4-1}} = 705,904 \text{ K}$$

$$p_{4,Otto} = \frac{p_{3,Otto}}{\epsilon^{\kappa}} = \frac{59,472 \text{ bar}}{10^{1,4}} = 2,3676 \text{ bar}$$

	T [K]	p [bar]
1	298,15	1
2	748,919	25,1189
3	1773,15	59,472
4	705,904	2,3676

Aufgabe 3: *Feuchte Luft*

10 von 50 Punkten

In einem Behälter befindet sich Luft mit einer Temperatur von $T_1 = 20^\circ\text{C}$ und einer relativen Feuchte von $\phi = 30\%$. Die Masse der trockenen Luft im Behälter beträgt 5 kg . In den Behälter werden 10 g reinen Wassers (flüssig, 10°C) eingespritzt. Gleichzeitig wird dem Behälter Wärme entzogen, so dass seine Temperatur sinkt. Bestimmen Sie rechnerisch (nicht graphisch!) ab welcher Temperatur T_2 des Behälters sich Kondensat bilden wird und wieviel Wärme dem Behälter dafür entzogen werden muss. Der Luftdruck im Behälter sei konstant $p = 1\text{ bar}$.

Aufgabe 4: *Verdichtung eines idealen Gases*

7 von 50 Punkten

Ein einatomiges ideales Gas wird reversibel und adiabatisch vom Umgebungszustand ($T_U = 20^\circ\text{C}$, $p_U = 1\text{ bar}$) verdichtet. Nach der Verdichtung hat das Gas eine Temperatur von $T_2 = 40^\circ\text{C}$.

- a) Welchen Druck p_2 hat das Gas direkt nach der Verdichtung?
- b) Wie groß ist die mol spezifische Exergie des Gases nach der Verdichtung?

Aufgabe 5: *Zustandsänderung von Wasser*

7 von 50 Punkten

Betrachten Sie 3 kg Wasser, das bei einem Druck von $p = 3\text{ bar}$ mit einem Naßdampfgehalt von $x = 0,6$ vorliegt. Bestimmen Sie die Masse des Wassers, das kondensiert, während bei einer adiabatisch isentropen Zustandsänderung die Temperatur des Wassers um 8 K sinkt?

Lösung:

3)

Wasserbeladung vor der Einspritzung (Zustand 1)

$$\begin{aligned}x_1 &= 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{s,1}}{p - \varphi \cdot p_{s,1}} \\&= 0,622 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,0234 \text{ bar}}{1 \text{ bar} - 0,3 \cdot 0,0234 \text{ bar}} \\&= 0,004397 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}\end{aligned}$$

Wasserbeladung nach der Einspritzung (Zustand 2)

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 + \frac{m_W}{m_L} \\&= 0,004397 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} + \frac{0,01 \text{ kg}}{5 \text{ kg}} \\&= 0,006397 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}\end{aligned}$$

Bestimmung des zugehörigen Sättigungspartialdrucks:

$$\begin{aligned}p_{s,2} &= \frac{x_2 \cdot p}{0,622 + x_2} \\&= \frac{0,006397 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \cdot 1 \text{ bar}}{0,622 + 0,006397 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}} \\&= 0,0102 \text{ bar}\end{aligned}$$

Interpolation mit der Dampftafel liefert $\vartheta_2 = 7,06^\circ\text{C}$

Die abzuführende Wärme lässt sich mittels

$$Q_{12} = m_L \cdot (h_1 - h_2)$$

berechnen.

Enthalpie nach dem Einspritzen:

$$\begin{aligned}h_1 &= c_{p,L} \cdot \vartheta_1 + x_1 \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta_1 + r) + \frac{m_W}{m_L} \cdot c_{p,W} \cdot \vartheta_W \\&= 1006 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 20^\circ\text{C} + 0,004397 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \cdot \left(1920 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 20^\circ\text{C} + 2500000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) \\&\quad + \frac{0,01 \text{ kg}}{5 \text{ kg}} \cdot 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 10^\circ\text{C} \\&= 31,366 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\end{aligned}$$

Enthalpie im Sättigungszustand:

$$\begin{aligned}
 h_2 &= c_{p,L} \cdot \vartheta_1 + x_2 \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta_2 + r) \\
 &= 1006 \frac{J}{kg K} \cdot 7,06^\circ C + 0,006397 \frac{kg}{kg} \cdot \left(1920 \frac{J}{kg K} \cdot 7,06^\circ C + 2500000 \frac{J}{kg} \right) \\
 &= 23,178 \frac{kJ}{kg}
 \end{aligned}$$

Abgeführte Wärmemenge:

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow Q_{12} &= m_L \cdot (h_1 - h_2) \\
 &= 5 kg \cdot \left(31,366 \frac{kJ}{kg} - 23,178 \frac{kJ}{kg} \right) \\
 &= 40,937 kJ
 \end{aligned}$$

4)

Bestimmung der Wärmekapazität aus der Molekülstruktur. Bei $T = 20^\circ C$ liegen noch keine vibratorischen Anteile vor. Es erfolgt daher nur eine Berücksichtigung der translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade.

$$\begin{aligned}
 c_v &= \underbrace{\frac{3}{2}R}_{\text{Translation}} + \underbrace{\frac{0}{2}R}_{\text{Rotation}} = \frac{3}{2}R \\
 c_p &= c_v + R = \frac{5}{2}R \\
 \kappa &= \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

Ermittlung des Druckes p_2 :

$$\begin{aligned}
 p_2 &= p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \\
 &= 1 \text{ bar} \cdot \left(\frac{313,15 \text{ K}}{293,15 \text{ K}} \right)^{\frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}-1}} \\
 &= 1,1794 \text{ bar}
 \end{aligned}$$

molspezifische Exergie (Exergie der inneren Energie für ein ideales Gas)

$$\begin{aligned}
 -W_{ex} &= (U_1 - U_u) + p_u(V_1 - V_u) - T_u(S_1 - S_u) \\
 &= c_v \cdot (T_2 - T_u) + p_u \cdot \left(\frac{T_2 \cdot R}{p_2} - \frac{T_u \cdot R}{p_u} \right) - T_u \cdot \underbrace{(s_2 - s_u)}_{=0} \\
 &= \left(\frac{3}{2} \cdot (313,15 \text{ K} - 293,15 \text{ K}) + 1 \text{ bar} \cdot \left(\frac{313,15 \text{ K}}{1,1794 \text{ bar}} - \frac{293,15 \text{ K}}{1 \text{ bar}} \right) \right) \cdot 8,3143 \frac{J}{\text{mol K}} \\
 &= 19,674 \frac{J}{\text{mol}}
 \end{aligned}$$

5)

Zu dem Druck von $p_1 = 3 \text{ bar}$ gehört im Nassdampfgebiet eine Temperatur von $T_1 = 133,54^\circ\text{C}$. Daraus ergibt sich für T_2 ein Wert von $125,54^\circ\text{C}$.

Der Dampfgehalt im Zustand zwei kann aus der Bedingung $s_1 = s_2$ (adiabat, isentrop) bestimmt werden. Im Zustand 1 (Werte für s'_1 und s''_1 aus der Dampftafel):

$$\begin{aligned} s_1 &= x_1 \cdot s''_1 + (1 - x_1) \cdot s'_1 \\ &= 0,6 \cdot 6,9859 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} + (1 - 0,6) \cdot 1,6711 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \\ &= 4,85998 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \end{aligned}$$

Bestimmung der Werte für s'_2 und s''_2 mittels linearer Interpolation zwischen $T = 120,23^\circ\text{C}$ und $T_1 = 133,54^\circ\text{C}$:

$$\begin{aligned} s'_2 &= s(120,23^\circ\text{C})' + \frac{T_2 - 120,23^\circ\text{C}}{133,54^\circ\text{C} - 120,23^\circ\text{C}} \cdot (s'(133,54^\circ\text{C}) - s'(120,23^\circ\text{C})) \\ &= 1,5295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} + \frac{125,54^\circ\text{C} - 120,23^\circ\text{C}}{133,54^\circ\text{C} - 120,23^\circ\text{C}} \cdot \left(1,6711 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} - 1,5295 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right) \\ &= 1,5860 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \\ s''_2 &= s(120,23^\circ\text{C})'' + \frac{T_2 - 120,23^\circ\text{C}}{133,54^\circ\text{C} - 120,23^\circ\text{C}} \cdot (s''(133,54^\circ\text{C}) - s''(120,23^\circ\text{C})) \\ &= 7,1212 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} + \frac{125,54^\circ\text{C} - 120,23^\circ\text{C}}{133,54^\circ\text{C} - 120,23^\circ\text{C}} \cdot \left(6,9859 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} - 7,1212 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right) \\ &= 7,0672 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \end{aligned}$$

Damit kann die Bestimmung des Dampfgehaltes x_2 erfolgen.

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{s_2 - s'_2}{s''_2 - s'_2} \\ &= \frac{4,85998 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} - 1,5860 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}}{7,0672 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} - 1,5860 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}} \\ &= 0,5973 \end{aligned}$$

Kondensierte Wassermenge:

$$\begin{aligned} m_{\text{Kond}} &= (x_1 - x_2) \cdot m_{\text{ges}} \\ &= (0,6 - 0,5973) \cdot 3 \text{ kg} \\ &= 0,008073 \text{ kg} = 8,073 \text{ g} \end{aligned}$$