

Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Isotherme Verdichtung eines idealen Gases* 10 von 50 Punkten

Kurzfrage: Unter welchen Bedingungen ist bei der reibungsfreien Verdichtung eines Fluids die folgende Gleichung für die vom Verdichter aufgenommene Leistung gültig?

$$\dot{W}_t = \dot{m}c_p(T_{aus} - T_{ein})?$$

Ein Strom von $\dot{m} = 0,25 \frac{kg}{s}$ Stickstoff wird in einem reversibel arbeitenden Verdichter isotherm vom Umgebungsdruck $p_u = 1 \text{ bar}$ auf $p_2 = 5 \text{ bar}$ verdichtet. Die Austrittstemperatur entspricht der Umgebungstemperatur $T_2 = T_U = 20^\circ C$. Der Stickstoff verhält sich wie ein ideales Gas.

- Berechnen Sie die Leistungsaufnahme des Verdichters und den an die Umgebung übertragenen Wärmestrom.
- Ändert sich die spezifische Enthalpie des Stickstoffstroms beim Durchlaufen des Verdichters? Ändert sich die spezifische Exergie? (Denken Sie wie immer daran, Ihre Antworten zu begründen)
- Zeichnen Sie ein Exergie-Anergie-Flußdiagramm für den Verdichter. Berücksichtigen Sie dabei die in den Aufgabenteilen a) und b) gewonnenen Erkenntnisse!

KF: Sofern es sich um ein ideales Gas handelt und der Prozess adiabat ist.

a) Bei der isothermen Verdichtung eines idealen Gases ist die aufgenommene Arbeit genauso groß wie die abgegebene Wärme.

Die spezifische abgegebene Wärme berechnet sich wie folgt: $q = p_1 v_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 140 \text{ kJ/kg}$ mit $v_1 = 0,8701 \text{ m}^3$ (v_3 mit Idealgasgleichung bestimmen!)

$$\dot{W} = 35 \text{ kW}.$$

b) Die Enthalpie idealer Gase ist nur von der Temperatur abhängig. Bleibt T konstant, ändert sich auch h nicht.

Die Exergie ändert sich allerdings. Der einströmende Stickstoff hat Umgebungsbedingungen und transportiert daher keine Exergie. Der ausströmende Stickstoff allerdings weicht vom Umgebungszustand ab und transportiert somit Exergie.

c) Der Verdichter steht an 4 Stellen im Energieaustausch mit seiner Umgebung:

1) Zufuhr Arbeit (=reine Exergie)

2) Zufuhr Stickstoff (reine Anergie)

3) Wärmeabfuhr (=reine Anergie, genauso viel wie Arbeitszufuhr)

4) Abfuhr Stickstoff (= Mischung Exergie und Anergie; Exergie genauso viel wie Arbeitszufuhr; Exergie+Anergie, die mit dem Stickstoffstrom austreten, sind in Summe genauso viel wie Anergiezufuhr zusammen mit Stickstoffzufuhr)

Kurzfrage: Durch welche der folgenden Zustandsänderungen steigt der Wassergehalt x von feuchter Luft: Isobare Wärmezufuhr, Isochore Wärmeabfuhr, Isotherme Druckerhöhung, Isentrope Druckabsenkung?

In einem Zimmer in einer Wohnung in Braunschweig befinden sich 50 kg (trockene) Luft mit einer Temperatur von $t_1 = 20^\circ\text{C}$ und einer relativen Feuchte von $\varphi_1 = 0,45$. An einem regnerischen Tag werden bei einem kurzen Lüftungsvorgang 5 kg (trockene) Raumluft gegen 5 kg (trockene) Außenluft ($t_a = 5^\circ\text{C}$, $\varphi_a = 0,85$) ausgetauscht. Nach dem Schließen des Fensters mischt sich die Luft im Raum schnell, so dass überall im Raum der gleiche Zustand 2 vorliegt. Danach wird die Luft wieder erwärmt bis die Ursprungstemperatur vorliegt (Zustand 3).

Hinweis: Alle Zustandsänderungen erfolgen isobar. Ignorieren Sie, dass die kalte Luft eine etwas geringere Dichte hat und daher beim Lüften mehr kalte Luft ins Zimmer strömt als währenddessen warme Luft hinaus strömt. Ignorieren Sie weiterhin, dass sich die kalte Luft nach dem Lüften beim Erwärmen ausdehnen und die zusätzliche Luft daher das Zimmer wieder verlassen würde.

Lösen Sie die folgenden Aufgaben rechnerisch und nicht grafisch!

- a) Bestimmen Sie die relative Feuchte und die Temperatur im Zustand 2 kurz nach dem Lüften.
- b) Wieviel Wärme muss der Luft im Raum zugeführt werden, um wieder die ursprüngliche Temperatur $t_3 = t_1 = 20^\circ\text{C}$ zu erreichen?
- c) Bestimmen Sie die relative Feuchte φ_3 nach dem Erwärmen.

KF: Der Wassergehalt ändert sich nur, wenn Kondenswasser abgeführt, also aus dem System entfernt, wird oder zusätzliches Wasser eingespritzt wird. KEINE der genannten Zustandsänderungen ändert x .

a) Zunächst muss der Wassergehalt x und die Enthalpie h_i im Ursprungszustand bestimmt werden. Der Sättigungsdruck von Wasser bei 20°C beträgt $0,0234\text{ bar}$. Der Dampfdruck ergibt sich aus der bekannten relativen Feuchte zu $p_D = 0,01053\text{ bar}$. Damit lässt sich der Wassergehalt bestimmen zu $x_i = 0,622 \frac{p_D}{1,013\text{ bar} - p_D} = 0,006534$. Die Enthalpie der feuchten Luft im Raum lässt sich zu $h_i = c_{p,L}t + x(c_{p,D}t + r_D) = 36,70\text{ kJ/kg}$ berechnen.

Auf dem gleichen Weg lässt sich der Wassergehalt der Aussenluft zu $x_a = 0,004634$ und die spezifische Enthalpie der Aussenluft zu $h_a = 16,66\text{ kJ/kg}$ ermitteln.

Nach dem Lüften ergibt sich im Raum eine Wasserbeladung von $x_2 = \frac{45\text{ kg} \cdot x_i + 5\text{ kg} \cdot x_a}{50\text{ kg}} = 0,006344$. Die spezifische Enthalpie berechnet sich analog zu $h_2 = \frac{45 \cdot h_i + 5 \cdot h_a}{50} = 34,70\text{ kJ/kg}$.

Daraus lässt sich eine Temperatur von $t_2 = \frac{h_2 - x_2 r_D}{c_{p,L} + x_2 c_{p,D}} = 18,5^\circ\text{C}$ errechnen. Aus dem bekannten Wassergehalt x_2 lässt sich der Dampfdruck zu $p_{D,2} = 0,0101\text{ bar}$ berechnen. Der Sättigungsdruck bei $18,5^\circ\text{C}$ lässt sich aus der Dampftafel mittels linearer Interpolation zu $p_s(18,5^\circ\text{C}) = 0,02149\text{ bar}$ bestimmen. Daraus ergibt sich eine relative Feuchte von $\frac{p_{D,2}}{p_s(18,5^\circ\text{C})} = 46,99\%$ Prozent.

b) Mit dem neuen Wassergehalt x_2 beträgt die spezifische Enthalpie bei 20°C $h_3 = 36,22\text{ kJ/kg}$. Die benötigte Wärmezufuhr ergibt sich aus der Gesamtmasse und der Differenz der spezifischen Enthalpien h_2 und h_3 zu $Q = 50\text{ kg}(h_3 - h_2) = 76,12\text{ kJ}$.

c) Da sich Gesamtdruck und Wassergehalt von Zustand 2 zu 3 nicht ändern, bleibt auch der Dampfdruck konstant. Die relative Feuchte im Zustand 3 berechnet sich daher wie folgt: $\varphi_3 = \frac{p_{D,2}}{p_s(20^\circ\text{C})} = 0,431$.

Für ein reales Gas gilt die folgende thermische Zustandsgleichung: $V_m = \frac{R_m T}{p} + a - \frac{b}{T}$. Die Konstanten a und b haben dabei folgende Werte: $a = 0,0475 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}$ und $b = 1,54 \frac{\text{K m}^3}{\text{kmol}}$. Das Gas hat eine molare Wärmekapazität $C_{p,m} = 27,021 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}}$.

Ein Strom dieses Gases wird zunächst isobar in einem Wärmeübertrager von -120°C auf -80°C erwärmt (Zustand 1 zu Zustand 2) und dann isotherm und reibungsfrei von 1 bar auf 20 bar verdichtet (Zustand 3). In den Wärmeübertrager treten $\dot{V} = 0,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ ein.

- a) Wie groß ist der Wärmestrom \dot{Q}_{1-2} , der dem Stoffstrom im isobaren Wärmeübertrager (Zustand 1-2) zugeführt werden muss?
- b) Wie groß ist der Wärmestrom \dot{Q}_{2-3} , den der isotherm und reibungsfrei arbeitende Verdichter abgibt? Bestimmen Sie dafür zunächst die molare Entropiedifferenz zwischen ein- und austretendem Fluid! (Denken Sie daran: Kein ideales Gas!)
- c) Wie groß ist die Leistung $\dot{W}_{t,2-3}$, die dem isotherm und reibungsfrei arbeitenden Verdichter zugeführt werden muss?

a) Bei einer isobaren Erwärmung gilt immer $dh = c_p dT$ bzw. $dh_m = C_{p,m} dT$. Damit ergibt sich für den gesuchten Wärmestrom $\dot{Q}_{1-2} = \dot{n} C_{p,m} \Delta T$. Der Molstrom \dot{n} ergibt sich aus $\dot{n} = \frac{\dot{v}}{v}$ mit einem spezifischen Volumen v , das sich aus der in der Aufgabe gegebenen thermischen Zustandsgleichung berechnen lässt: $v = 0,01277 \text{ m}^3/\text{mol}$.

Nun ergibt sich ein Molstrom von $\dot{n} = 19,577 \text{ mol/s}$ und damit ein Wärmestrom $\dot{Q}_{1-2} = 21,159 \text{ kW}$.

b) Für die Entropie eines Reinstoffs gilt (siehe Anhang B von Thermo kompakt): $dS = \left(\frac{nC_{p,m}}{T}\right)dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp$. Da es sich um eine isotherme Druckerhöhung handelt fällt der linke Summand weg und es bleibt nur $dS = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp$. Mit $\frac{\partial V}{\partial T} = R/p + b/T^2$ ergibt sich nach einer Integration über p :

$$\Delta s = -R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \Delta p \frac{b}{T_2^2} = -24,9849 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$$

Diese Entropieabsenkung des Gases ist eine Folge der gesuchten Wärmeabfuhr. Sie ergibt sich aus $\dot{Q}_{2-3} = \dot{n} \Delta s T_2 = -94,47 \text{ kW}$.

c) Die technische Arbeit berechnet sich bei einem reversiblen Prozess zu $w_{t,m} = \int V_m dp$. Also muss die gegebene Funktion für V_m , also die thermische Zustandsgleichung, über p in den Grenzen Anfangsdruck bis Enddruck integriert werden.

Daraus ergibt sich $\dot{W} = \dot{n} w_{t,m} = 95,65 \text{ kW}$.

Alternativ kann man auch die Enthalpiedifferenz mit Anhang B bestimmen und dann eine Energiebilanz aufstellen: $\dot{W}_t = \dot{n}(h_{m,3} - h_{m,2}) - \dot{Q}_{2-3}$

Kurzfrage: Wie ändert sich die spezifische innere Energie u eines idealen Gases bei einer isenthalpen Drosselung? Denken Sie wie immer daran, Ihre Antwort zu begründen.

Ein Fahrzeug im Bergbau fährt mit Druckluft, die sich in einer 800 l Flasche befindet, in der zu Beginn der Betrachtung ein Druck von $p_1 = 60\text{ bar}$ vorliegt. Die Druckluft hat Umgebungstemperatur $t = t_U = 29^\circ\text{C}$.

Hinweis: Betrachten Sie die Luft auch bei hohen Drücken oder niedrigen Temperaturen als ein ideales Gas!

- a) Wie lange kann der Druckluftmotor im Fahrzeug maximal bei konstanter Leistung von $\dot{W}_t = 20\text{ kW}$ arbeiten?
- b) Zeichnen Sie die Zustandsänderungen, die die komprimierte Luft durchlaufen muss, um die maximale Arbeit zu leisten, in ein p-V-Diagramm ein. Kennzeichnen Sie in diesem Diagramm die Arbeit, die der Motor mithilfe der Druckluft maximal leisten kann.
- c) Welche Arbeit würde der Druckluftmotor bei einer alternativen, adiabat-isentropen Entspannung der Druckluft auf Umgebungsdruck verrichten können? Welche Temperatur hätte die Luft nach dieser Zustandsänderung? Zeichnen Sie die isentrope Zustandsänderung in das Diagramm aus b) ein und kennzeichnen Sie den Zustand nach der isentropen Entspannung mit einem Sternchen (*).

KF: Bei idealen Gasen gilt immer $dh = c_p dT$ und $du = c_v dT$. Aus $dh = 0$ folgt also $dT = 0$ und daraus folgt wiederum $du = 0$.

a) Gesucht ist die Exergie der inneren Energie der Druckluftflasche.

Mit $u_1 - u_u = 0$ (Isotherm),

$s_1 - s_u = -1175,5 J/(K * kg)$ (Entropieänderung ideales Gas) und

$v_1 - v_u = -0,853 m^3/kg$ ergibt sich

$w_{ex} = 269,78 kJ/kg$.

Multipliziert mit der Luftmasse in der Flasche ($m=55,33 kg$) ergibt sich $W_{ex} = 14933 kJ$ und damit eine Dauer von $t = \frac{W_{ex}}{\dot{W}} = 747$ Sekunden.

b) p-v-Diagramm mit Isotherme von Zustand 1 zu Zustand U. Die Fläche unter der Kurve bis zum Umgebungsdruck entspricht der maximal geleisteten Arbeit.

c) Die Isentrope verläuft steiler als die Isotherme. Der Sternchen-Zustand liegt wie auch der Zustand U auf Umgebungsdruck.

Die Temperatur berechnet sich zu $T = T_1 \left(\frac{p_u}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 93,79 K$. (Kappa ist 1,4)

Die Arbeit ist Volumenänderungsarbeit bei einer isentropen Zustandsänderung (-8274,9 kJ; siehe Tabelle D14 im Anhang von Thermo kompakt) abzüglich der an der Umgebung geleisteten Arbeit ($mp_u \Delta v = 1410 kJ$). $W = -6864,9 kJ$.