

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampf tafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

### Aufgabe 1: *Exergie und Anergie*

10 von 50 Punkten

Kurzfrage: Wäre es möglich, einen idealen Otto-Prozess ohne Wärmeabfuhr an die Umgebung zu realisieren?

Es wird ein System (Heizkraftwerk) betrachtet, das aus einer Wärmekraftmaschine (WKM) und einem Generator für elektrischen Strom besteht, der von der WKM angetrieben wird. Der WKM wird ein Wärmestrom  $\dot{Q}_{zu} = 900 \text{ MW}$  bei einer konstanten Temperatur von  $t_{zu} = 900^\circ\text{C}$  zugeführt. Die WKM hat einen thermischen Wirkungsgrad von  $\eta_{th} = 0,45$  und der Generator einen Wirkungsgrad von  $\eta_{el} = 0,9$ . Die Abwärme der WKM wird vollständig einem Fernwärmenetz bei einer Temperatur von  $t_{Fern} = 85^\circ\text{C}$  zugeführt. Die Abwärme des Generators wird an die Umgebungsluft abgegeben, die eine Temperatur von  $t_U = 5^\circ\text{C}$  hat.

- Zeichnen Sie ein Exergie-Anergie-Flußdiagramm von dem oben beschriebenen System.
- Wieviel Exergie wird pro Stunde in dem beschriebenen System in Anergie umgewandelt?
- Wieviel Entropie wird pro Stunde in der WKM produziert?
- Wie groß wäre der Entropiestrom, der im gesamten System produziert würde, wenn die WKM ihre Abwärme nicht ins Fernwärmenetz einspeiste, sondern über einen Kühlturm bei  $t = t_U$  an die Umgebung abgäbe?

### Lösung:

KF: Nein, das geht nicht! Auch ein idealer Prozess muss die über die zugeführte Wärme zugeführte Entropie abführen. Also muss er Wärme abgeben.

- a) Der WKM wird eine Mischung aus Exergie und Anergie zugeführt. In der WKM wird ein Teil der Exergie in Anergie umgewandelt. Alle Anergie und ein kleiner Teil der Exergie werden an das Fernwärmenetz abgegeben. Die übrige Exergie wird an den Generator abgegeben. Ein kleiner Teil der Exergie wird im Generator in Anergie umgewandelt und an die Umgebung abgegeben. Die restliche Exergie wird als el. Strom abgegeben.
- b) Zugeführte Exergie:

$$W_{ex,zu} = 900 \text{ MW} \cdot \left( 1 - \frac{(5 + 273,15) \text{ K}}{(900 + 273,15) \text{ K}} \right) = 686,6 \text{ MW}$$

Abgeführte Exergie als elektrischer Strom:

$$W_{ex,ab,el} = 900 \text{ MW} \cdot 0,45 \cdot 0,9 = 364,5 \text{ MW}$$

Abgeführte Exergie als Fernwärme:

$$W_{ex,ab,FW} = 900 \text{ MW} \cdot (1 - 0,45) \cdot \left( 1 - \frac{(5 + 273,15) \text{ K}}{(85 + 273,15) \text{ K}} \right) = 110,6 \text{ MW}$$

Anergieproduktion:

$$W_{an} = 686,6 \text{ MW} - 364,5 \text{ MW} - 110,6 \text{ MW} = 211,5 \text{ MW}$$

Anergieproduktion pro Stunde:

$$E_{an} = 211,5 \text{ MW} \cdot 3600 \text{ s} = 761,6 \text{ GJ}$$

- c) Anergieproduktion pro Stunde = Arbeitsverlust durch Irreversibilitäten in der WKM:

$$3600 \text{ s} \cdot (686,6 \text{ MW} - 110,6 \text{ MW} - (900 \text{ MW} \cdot 0,45)) = 615,8 \text{ GJ}$$

Entropieproduktion:

$$\frac{615,8 \text{ GJ}}{(5 + 273,15) \text{ K}} = 2214 \frac{\text{MJ}}{\text{K}}$$

- d) Anergieproduktion des gesamten Systems:

$$686,6 \text{ MW} - 364,5 \text{ MW} = 322,1 \text{ MW}$$

Produzierter Entropiestrom:

$$\frac{322,1 \text{ MW}}{(5 + 273,15) \text{ K}} = 1,158 \text{ MW/K}$$

**Aufgabe 2:** Zustandsänderungen

10 von 50 Punkten

Kurzfrage: 1 kg Kohlenstoffdioxid und 1 kg Sauerstoff (beides ideale Gase) liegen jeweils in einem Behälter mit dem gleichen Volumen  $V$  und bei dem gleichen Druck  $p$  vor. Welches Gas hat die höhere Temperatur ?

Es wird ein ideales Gas betrachtet, das aus vieratomigen, nicht-linearen Molekülen besteht. Dieses Gas liegt zunächst mit einer Dichte von  $\rho = 0,9 \frac{kg}{m^3}$  bei einem Druck von  $p_1 = 2,2 \text{ bar}$  vor. Die Molmasse des Gases beträgt  $M = 17 \frac{g}{mol}$ .

Hinweis: Die vier folgenden Zustandsänderungen a)-d) laufen nicht aufeinander folgend, sondern unabhängig voneinander - immer ausgehend vom Ursprungszustand - ab.

- a) Bestimmen Sie die Temperatur nach einer isobaren Verdichtung, bei der sich das Ursprungsvolumen halbiert.
- b) Bestimmen Sie die Temperatur nach einer polytropen Verdichtung ( $n=1,3$ ), bei der sich der Ursprungsdruck verdoppelt.
- c) Bestimmen Sie die Temperatur nach einer adiabaten Drosselung, bei der sich der Ursprungsdruck halbiert.
- d) Bestimmen Sie die Temperatur nach einer adiabaten, isentropen Verdichtung, für die eine spezifische Volumenänderungsarbeit von  $w_{vol} = 100 \frac{J}{kg}$  aufgewendet wurde.

### Lösung:

KF:  $CO_2$  hat eine größere Molmasse als  $O_2$ . Daher besteht 1kg  $CO_2$  aus weniger Teilchen als  $O_2$ . Also muss die Temperatur des  $CO_2$  höher sein, um - trotz geringerer Teilchenzahl - bei gleichem Volumen den gleichen Druck zu haben.

Für Teil a) bis d) gilt:

Über die thermische Zustandsgleichung für ideale Gase ergibt sich mit

$$v = \frac{1}{\rho} = 1,111 \frac{m^3}{kg} \quad \text{und} \quad R_i = \frac{R}{M} = 489,06 \frac{J}{kg \cdot K}$$

eine Anfangstemperatur von  $T_1 = 499,8 K$ .

a)  $T = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = 0,5 \cdot 499,8 K = 249,9 K$

b)  $T = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 586,5 K$  mit  $\frac{p_2}{p_1} = 2$

c) Die isenthalpe Drosselung eines idealen Gases ( $dh = c_p \cdot dT$ ) ist isotherm:  
 $T_2 = T_1 = 499,8 K$

d) Aufgrund der moderaten Temperaturen spielen für die Berechnung von  $c_v$  nur die translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade eine Rolle.  
Es ergibt sich

$$c_v = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3R \quad \text{und} \quad c_p = c_v + R = 4R$$

Damit ist

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1,333$$

Aus der vorletzten Zeile von Tabelle D.14 im Lehrbuch ergibt sich nach Einsetzen der gegebenen spezif. Arbeit

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(1 + \frac{w \cdot (\kappa - 1)}{p \cdot v_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 1,0002646$$

Aus  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}$  ergibt sich  $T_2 = 499,894 K$ .

**Aufgabe 3:** *Feuchte Luft*

9 von 50 Punkten

Kurzfrage (2 Punkte): Erklären Sie knapp mit den in der Vorlesung eingeführten Gleichungen, ob sich die relative Feuchte  $\varphi$  von 1 kg feuchter Luft verändert, wenn diese isotherm verdichtet wird.

Es wird, ausgehend von Zustand 1, eine Abkühlung von feuchter Luft um  $\Delta T = 10 K$  auf Zustand 2 und eine anschließende Erwärmung auf die Ursprungstemperatur betrachtet. Ggf. bei der Abkühlung auftretendes Kondenswasser wird vor der Erwärmung abgeführt. Der gesamte Prozesse läuft bei einem Druck von  $p = p_U = 1 \text{ bar}$  ab.

Wie groß ist jeweils die Differenz zwischen der abzuführenden Wärme und der zuzuführenden Wärme für die zwei folgenden, unterschiedlichen Ausgangszustände 1a und 1b (Es werden also zwei getrennte Prozesse betrachtet):

- a) Zustand 1a:  $t_{1a} = 30^\circ C$  und  $\varphi_{1a} = 40\%$
- b) Zustand 1b:  $x_{1b} = 25 \frac{g}{kg}$  und  $T_{1b} = 308 K$

Sie dürfen die Aufgaben analytisch oder graphisch lösen.

Im Falle einer graphischen Lösung nutzen Sie das Diagramm im Anhang E.1 des Lehrbuchs. Schreiben Sie stets auf, welche bekannten Werte Sie zum Ablesen nutzen und welche Werte Sie damit wiederum aus dem Diagramm ablesen.

### Lösung:

KF: Es gilt  $x = 0,622 \frac{p_D}{p - p_D}$ . Bei einer Verdichtung ändert sich die Wasserbeladung  $x$  nicht. Also muss neben  $p$  auch  $p_D$  steigen, damit auch die rechte Seite der Gleichung konstant bleibt. Die relative Feuchte  $\varphi = \frac{p_D}{p_s}$  wird sich also ändern, da  $p_D$  steigt;  $p_s = p_s(T)$  aber bei konstanter Temperatur konstant bleibt.

- a) Da beim Abkühlen keine Sättigung erreicht wird, kondensiert kein Wasser aus und es muss ebenso viel Wärme ab- wie zugeführt werden.
- b) Es lässt sich ablesen, dass die spezifische (die Aufgabenstellung ist hier etwas ungenau) abzuführende Wärme ca.  $(99 - 77) \frac{\text{kJ}}{\text{kg tr.Luft}} = 22 \frac{\text{kJ}}{\text{kg tr.Luft}}$  beträgt, während die später zuzuführende Wärme ca.  $(87 - 77) \frac{\text{kJ}}{\text{kg tr.Luft}} = 10 \frac{\text{kJ}}{\text{kg tr.Luft}}$  beträgt.

Kurzfrage: Der Betreiber eines Kraftwerks, in dem ein Dampfkraftprozess abläuft, beschwert sich, dass die Schaufeln seiner Turbine oft beschädigt seien und ausgetauscht werden müssten. Woran könnte das liegen und wie könnte man diesbezüglich den Prozess verbessern?

In einer Umgebung mit  $t_U = 10^\circ C$  durchläuft das Arbeitsmedium Wasser in einem Kraftwerk den folgenden Prozess :

- 1-2 Expansion auf 0,8 bar (Isentroper Turbinenwirkungsgrad  $\eta_{ST} = 82\%$ )
- 2-3 Isotherme Zustandsänderung bis zum Zustand der siedenden Flüssigkeit
- 3-4 Reversible Druckerhöhung auf 150 bar
- 4-5 Isobare Zustandsänderung bis zum Zustand des gesättigten Dampfes
- 5-1 Isobare Überhitzung um 20 K

Stoffwerte für Wasser (flüssig)

Werte bei  $p = 150 \text{ bar}$ :

$\vartheta / ^\circ C$	80	90	100	110
$s / (\frac{kJ}{kgK})$	1,066	1,182	1,296	1,407

Stoffwerte für Wasser (gasförmig)

Werte bei  $p = 150 \text{ bar}$ :

$\vartheta / ^\circ C$	352	362	372	382
$h / (\frac{kJ}{kg})$	2711	2784	2844	2895
$s / (\frac{kJ}{kgK})$	5,473	5,588	5,681	5,761

- a) Zeichnen Sie den Prozess inklusive der für das Problem relevanten Isobaren in ein T-s-Diagramm ein! (Hinweis nur für die Erstellung der Zeichnung: Die spezifische Entropie im Zustand 2 beträgt ca.  $s_2 = 6 \frac{kJ}{kgK}$ )
- b) Bestimmen Sie die fünf Temperaturen  $T_1$  bis  $T_5$ !
- c) Berechnen Sie die von der Turbine bereitgestellte spezifische Arbeit  $w_{t,1-2}$ !
- d) Welches Bauteil kommt bei dem Prozessschritt 3-4 zum Einsatz?
- e) Wie groß ist die spezifische Arbeit  $w_{t,3-4}$ ?
- f) Berechnen Sie die aufgenommene spezifische Wärme  $q_{t,4-1}$ !
- g) Wie groß ist der spezifische Arbeitsverlust durch Irreversibilitäten in der Turbine?
- h) Stellen Sie im unter a) gezeichneten Diagramm die vom Prozess abgegebene Wärme grafisch dar.

Gehen Sie ab hier von  $w_{t,3-4} = 15 \frac{kJ}{kg}$  und  $w_{t,1-2} = -650 \frac{kJ}{kg}$  aus. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass in dem Prozess ein Massenstrom von  $\dot{m} = 500 \frac{kg}{s}$  umläuft und dass der thermische Wirkungsgrad des gesamten Prozesses bei  $\eta_{th} = 0,30$  liegt.

- i) Wie groß ist der Abwärmestrom des Kraftwerks?

### Lösung:

KF: Dies liegt an der Tröpfchenbildung in der Turbine. Der Dampf sollte weiter überhitzen und gegebenenfalls eine Zwischenüberhitzung realisiert werden.

- a) Es handelt sich um einen Rankine-Prozess. Der Zustand nach der Expansion liegt im Nassdampf-Gebiet (ND-Gebiet), da  $s''(0,8 \text{ bar}) = 7,4 > 6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ .
- b) Die Punkte 2 und 3 liegen im ND-Gebiet bei  $p_2 = p_3 = 0,8 \text{ bar}$ . Die Temperatur beträgt also

$$T_2 = T_3 = T_s(0,8 \text{ bar}) = 93,5^\circ\text{C} = 366,6 \text{ K}$$

Punkt 5 liegt im ND-Gebiet bei  $p_5 = 150 \text{ bar}$ . Die Temperatur beträgt also

$$T_5 = T_s(150 \text{ bar}) = 342,1^\circ\text{C} = 615,3 \text{ K}$$

Die Temperatur in Punkt 1 liegt  $\Delta T = 20 \text{ K}$  über  $T_5$ , also ist  $T_1 = 635,3 \text{ K}$ .

Aufgrund der REVERSIBLEN Druckerhöhung von Punkt 3 auf 4 liegt in Punkt 4 die gleiche Entropie wie in Punkt 3 vor:  $s_4 = s_3 = s'(0,8 \text{ bar}) = 1,2325 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ . Mit den in der Aufgabe gegebenen Stoffdaten für den Flüssigkeitsbereich kann die Temperatur  $T_4 = 367,6 \text{ K}$  mittels lineare Interpolation bestimmt werden.

- c) Zunächst wird die Enthalpie des fiktiven Punkts 2\* ermittelt, die sich nach einer isentropen Entspannung ( $s^* = s_1$ ) ergeben würde:  $h^* = 1988,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ . Dann wird über den gegebenen Wirkungsgrad die Enthalpie im realen Punkt 2 bestimmt:  $h_2 = 2131,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ .

Zusammen mit der Enthalpie  $h_1 = h(150 \text{ bar}, 362^\circ\text{C}) = 2783,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  ergibt sich die von der Turbine bereitgestellte spezifische Arbeit

$$w_{t,1-2} = h_2 - h_1 = -652,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

- d) Da flüssiges Wasser inkompressibel ist, handelt es sich bei dem Bauteil um eine Speisewasserpumpe.
- e) Die spezifische Arbeit kann berechnet werden mit

$$w_{t,3-4} = v'(0,8 \text{ bar}) \cdot \Delta p = 0,00104 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot 149,2 \text{ bar} = 15,52 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

- f) Es muss zunächst  $h_4$  bestimmt werden:

$$h_4 = h_3 + w_{t,3-4} = 407,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Nun kann  $q_{4-1}$  ermittelt werden:

$$q_{4-1} = h_1 - h_4 = 2376,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

- g) Der spezifische Arbeitsverlust durch Irreversibilitäten in der Turbine kann mit



$$w_{v,irr} = T_U \cdot s_{prod}$$

berechnet werden. Dazu wird zunächst aus  $h_2$ ,  $h'(0,8bar)$  und  $h''(0,8bar)$  der Nassdampf-Gehalt  $x$  bestimmt:  $x_2 = 0,765$ . Daraus lässt sich mit  $s'(0,8bar)$  und  $s''(0,8bar)$  auch  $s_2 = 5,979 \frac{kJ}{kgK}$  bestimmen. Somit ergibt sich

$$w_{v,irr} = 283,15 K \cdot (s_2 - s(150 bar, 362,16 ^\circ C)) = 110,6 \frac{kJ}{kg}$$

- h) Die Fläche unter Prozessschritt 2-3 im T,s-Diagramm repräsentiert die gesuchte Wärme.
- i) Die abgegebene Leistung des Kraftwerks ergibt sich aus

$$W_t = \dot{m} \cdot (w_{t,1-2} + w_{t,3-4}) = 500 \frac{kg}{s} \cdot \left( -635 \frac{kJ}{kg} \right) = -317,5 MW$$

Da der Wirkungsgrad bei 30 % liegt, bedeutet das, dass dem Kraftwerk

$$\frac{317,5 MW}{0,3} = 1058,3 MW$$

Wärme zugeführt werden. Die abgeführte Wärme ergibt sich aus der Differenz

$$1058,3 MW - 317,5 MW = 740,8 MW.$$