

Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampf tafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Kühlhaus mit eigenem Kraftwerk*

15 von 50 Punkten

Kurzfrage: Unter welchen Randbedingungen hat ein Kaltluftprozess in der Regel eine höhere Leistungszahl als ein Kaltdampfprozess?

Um ein sehr großes Kühlhaus auf konstant $t_K = -38^\circ C$ zu halten, betreibt eine Schlachtereier ein kleines thermisches Kraftwerk, das die Kältemaschine des Kühlhauses antreibt. Die Temperatur des Wärmestroms, den die Brennkammer dieses Kraftwerks bereitstellt, liegt bei $t_H = 1000^\circ C$. Der Wärmestrom, der aufgrund nicht perfekter Isolierung zwischen Kühlhaus und Umgebung ausgetauscht wird, kann über $\dot{Q} = kA(t_U - t_K)$ berechnet werden. Der kA -Wert des Kühlhauses liegt bei $kA = 3500 \text{ W/K}$.

- Zeichnen Sie ein schematisches Anergie/Exergieflussdiagramm, das die Brennkammer, das Kühlhaus, ein ideales Kraftwerk, eine ideale Kältemaschine und die Umgebung berücksichtigt.
- Wie groß muss der von der Brennkammer abgegebene Wärmestrom mindestens sein, damit das Kühlhaus in den folgenden drei Szenarien gekühlt werden kann: Bei einer Umgebungstemperatur $t_U = -38^\circ C$, bei $t_U = 20^\circ C$ und bei $t_U = 1000^\circ C$.
(Hinweis: Die Umgebungstemperatur von $t_U = -38^\circ C$ ist unwahrscheinlich und $t_U = 1000^\circ C$ ist auf der Erde unmöglich. Bestimmen Sie trotzdem auch die für diese mehr oder weniger fiktiven Fälle die korrekten Antworten)

Gehen Sie ab hier von einem realen Kraftwerk aus, dem ein Wärmestrom von $\dot{Q} = 0,5 \text{ MW}$ von der Brennkammer zugeführt wird. Gehen Sie weiterhin von einer Umgebungstemperatur von $t_U = 20^\circ C$ aus und nehmen Sie an, dass sowohl das Kraftwerk ($\eta = 0,25$), als auch die Kältemaschine ($\epsilon = 1,8$) verlustbehaftet sind.

- Auf welche Temperatur könnte man unter diesen Bedingungen das Kühlhaus abkühlen?
- Wie groß ist die Entropieproduktionsrate in dem realen Kraftwerksprozess? (Nur im Kraftwerksprozess! Also nicht im Kälteprozess oder dem Kühlraum.)

KF: Nur bei sehr niedrigen Temperaturen (z.B. Linde Luftverflüssigung)

a) Die Brennkammer verlässt eine Strom, der aus Exergie und Anergie besteht. Das ideale Krafterk trennt Exergie (Arbeit) und Anergie (Abwärme) von einander ab. Die Arbeit wird an die Kältemaschine weitergegeben. Die ideale Kältemaschine gibt die Exergie an das Kühlhaus weiter. Vom Kühlhaus fließt allerdings ein größerer Energiestrom in entgegengesetzter Richtung zur Kältemaschine. Die Kältemaschine gibt reine Anergie an die Umgebung ab. Aus der Umgebung fließt Anergie in das Kühlhaus.

b) Bei $t_U = -38^\circ C$ muss das Kühlhaus nicht gekühlt werden. Es wird also kein Wärmestrom von der Brennkammer benötigt.

Bei $t_U = 1000^\circ C$ enthält der Wärmestrom von der Brennkammer keinerlei Exergie. Daher geht der Bedarf an Wärme gegen unendlich, um die Kältemaschine zu betreiben.

Bei $t_U = 20^\circ C$ kann ein sinnvolles Ergebnis ermittelt werden:

Der in den Kühlraum eindringende Wärmestrom kann zu

$$\dot{Q}_K = kA(t_U - t_K) = 3500 \text{ W/K}(20^\circ C - (-38^\circ C)) = 203 \text{ kW}$$
 bestimmt werden.

Dieser Wärmestrom muss dem Kühlraum durch die Kältemaschine entzogen werden. Die Exergie, die dabei dem Kühlraum zugeführt wird, lässt sich wie folgt berechnen:

$$1 - \frac{t_U}{t_K} * \dot{Q}_K = 50,1 \text{ kW}$$

Genau diese Exergie muss die Brennkammer mindestens an die Kältemaschine liefern. Der benötigte Wärmestrom lässt sich also berechnen zu:

$$\dot{Q}_H = \frac{50,1 \text{ kW}}{1 - \frac{t_U}{t_B}} = 65,0 \text{ kW}$$

c) Bei gegebenem Wirkungsgrad des Kraftwerks und gegebener Kälteleistungszahl lässt sich die Kälteleistung berechnen zu:

$$\dot{Q}_K = \dot{Q}_H \eta \varepsilon = 225 \text{ kW}$$

Diese Wärme kann also dem Kühlhaus entzogen werden. Daraus ergibt sich eine minimale Temperatur $t_K = t_U - \frac{\dot{Q}_K}{kA} = -44,3^\circ C$

d) Um die Rate der produzierten Entropie zu ermitteln, muss eine einfache Entropiebilanz für das Kraftwerk aufgestellt werden:

$$0 = \frac{\dot{Q}_H}{t_H} - \frac{\dot{Q}_{ab}}{t_U} + S_{prod}$$

Daraus folgt mit $\dot{Q}_{ab} = 375 \text{ kW}$ (ermittelt mit dem gegebenen Wirkungsgrad) das gesuchte Ergebnis: $S_{prod} = 886,4 \text{ W/K}$

Kurzfrage: Sie haben in der Vorlesung Wärmepumpen und Kältemaschinen kennengelernt. Welche beinhaltet einen rechtslaufenden, welche einen linkslaufenden Kreisprozess?

In einem Kreisprozess läuft ein Massenstrom Wasser von $\dot{m} = 25 \frac{kg}{s}$ um. Dieser Wasserstrom erfährt folgenden Zustandsänderungen:

1-2 Isobare Wärmezufuhr bis zum Zustand des gesättigten Dampfes

2-3 Adiabate Expansion in einer Turbine mit einem Isentropenwirkungsgrad von $\eta_{s,T} = 0,95$ auf $0,8 \text{ bar}$

3-4 Isotherme Wärmeabfuhr bis zu einem Nassdampfgehalt von $x = 0,01$

4-1 Adiabot, isentrope Druckerhöhung auf 190 bar

Stoffwerte für Wasser (flüssig)

Werte bei $p = 190 \text{ bar}$:

$\vartheta/^\circ C$	80	90	100	110	120
$h/(\frac{J}{g})$	350	392	433	475	517
$s(\frac{J}{gK})$	1,063	1,180	1,294	1,403	1,511

In der Umgebung herrscht eine Temperatur von $T_U = 20^\circ C$.

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben, die sich auf den oben beschriebenen Kreisprozess beziehen:

- Zeichnen Sie den Prozess in ein T-S-Diagramm und tragen Sie alle bekannten Größen ein.
- Bestimmen Sie die Drücke und Temperaturen in allen vier Eckpunkten des Prozesses! Sofern die Eckpunkte innerhalb des Nassdampfgebiets liegen, bestimmen Sie weiterhin den Nassdampfgehalt x !
- Bestimmen Sie die Exergie, die pro Zeit jeweils in Turbine und Kompressionsmaschine in Anergie umgewandelt wird.

KF: Beides sind linkslaufende Prozesse.

a) T-S-Diagramm mit ND-Gebiet: Alle Punkte bis auf Punkt 1 liegen im ND Gebiet bzw. auf dessen Grenze (Punkt 2 liegt auf der Taulinie). Die Entspannung verläuft leicht nach rechts, hin zu höheren Entropien. Isobaren verlaufen im ND-Gebiet waagrecht.

b) Die Drücke von 1 und 2 sind bekannt: 190 bar. Der Druck in Punkt 3 ist ebenfalls gegeben: 0,8 bar. Da Punkt 3 und 4 innerhalb des ND Gebiets auf einer Isothermen liegen, haben sie auch den gleichen Druck: Also $p_4 = p_3 = 0,8 \text{ bar}$

Da die Punkte 2, 3 und 4 im ND Gebiet liegen, können die zu den bereits bekannten Drücken zugehörigen Temperaturen aus der Dampftafel abgelesen werden:

$$t_4 = t_3 = 93,51^\circ\text{C} = 366,6 \text{ K} \text{ und } t_2 = 361,2^\circ\text{C} = 634,4 \text{ K}$$

Durch eine Interpolation zwischen 170 bar und 200 bar in der Dampftafel kann für den Punkt 2, der auf der Taulinie liegt, die Enthalpie ($h''(190\text{bar}) = 2459 \text{ kJ/kg}$) und die Entropie ($s''(190\text{bar}) = 5,0175 \text{ kJ/kgK}$) ermittelt werden.

Mit Hilfe der Entropie kann der Naßdampfgehalt x des Punkts 3*, der sich nach einer adiabat, isentropen Entspannung ergäbe, ermittelt werden zu $x_{3*} = 0,611$ und damit auch dessen Enthalpie $h_{3*} = 1779,6 \text{ kJ/kg}$.

Aus dieser Enthalpie und dem Wirkungsgrad der Turbine lässt sich zunächst die Enthalpie ($h_3 = 1813 \text{ kJ/kg}$) und damit im Folgenden auch der Naßdampfgehalt ($x_3 = 0,626$) des Punktes 3 bestimmen.

Letzte damit noch unbekannt Größe ist die Temperatur an Punkt 1 nach der isentropen Druckerhöhung. Um diese zu ermitteln muss zunächst die Entropie $s_4 = s_1$ vor der Druckerhöhung ermittelt werden. Diese kann mit Hilfe der Dampftafel bei 0,8 bar und mit dem gegebenen Dampfgehalt von $x=0,01$ zu $s_4 = s_1 = 1,294 \text{ kJ/kgK}$ ermittelt werden.

Mit der nun bekannten spezifischen Entropie s_1 und dem bekannten Druck $p_1 = 190 \text{ bar}$ kann die Temperatur ohne Interpolation direkt aus den in der aufgabenstellung gegebenen Stoffwerten abgelesen werden: $t_1 = 100^\circ\text{C}$.

c) Die adiabat, isentrop arbeitende Kompressionsmaschine ist reversibel. Also wird hier gar keine Exergie in Anergie umgewandelt.

In der Turbine wird Exergie in Anergie umgewandelt. Diese Umwandlung ist die irreversible Verlustarbeit. Diese wiederum lässt sich über $\dot{S}_{prod}T_U$ berechnen.

$$\dot{S}_{prod,2-3} = \dot{m}\Delta s = \dot{m}(s_3 - s_2) = 25 \frac{\text{kg}}{\text{s}}(5,1102 - 5,0175) \text{ kJ/kgK} = 2,317 \text{ kJ/Ks}$$

Die hier verwendeten spezifischen Entropien s_2 und s_3 lassen sich mit den bekannten Druckniveaus (190 bar bzw. 0,8 bar) und den Naßdampfgehalten ($x_2 = 1$ bzw. $x_3 = 0,626$) aus der Dampftafel ermitteln.

Die pro Zeit in Anergie umgewandelte Exergie beträgt also $\dot{S}_{prod,2-3}T_U = 679,4 \frac{\text{kJ}}{\text{Ks}}$

Aufgabe 3: *Druckgasflasche*

4 von 50 Punkten

In einer Druckgasflasche befindet sich ein ideales Gas mit einem Druck von $p = 0,88 \text{ bar}$ und einer Temperatur von $T = -15,0^\circ\text{C}$. In der Umgebung herrschen $T_U = 20,0^\circ\text{C}$ und $p_U = 1,00 \text{ bar}$.

Zeichnen Sie in einem geeigneten Diagramm die Zustandsänderungen ein, die an dem Gas in der Flasche vollzogen werden müssten, um die maximale Arbeit leisten zu können. ACHTUNG: Berechnen Sie für eine qualitativ korrekte Zeichnung zunächst die Änderung des spezifischen Volumens vom Anfangs- zum Endzustand!

Schraffieren Sie in Ihrer Zeichnung die Fläche, die der maximalen Arbeit entspricht.

Aufgabe 4: *2-Phasen-Gebiet*

5 von 50 Punkten

Erklären Sie in eigenen Worten und mit Hilfe einer Skizze, wie unter Kenntnis z.B. der Van-der-Waals-Gleichung ein mehrphasiges p-V-Diagramm eines Stoffes inklusive eines 2-Phasen-Gebiets konstruiert werden kann. Mit welchen der folgenden anderen thermischen Zustandsgleichungen könnte diese Aufgabe ebenfalls gelöst werden: „Thermische Zustandsgleichung des idealen Gases“, „Peng-Robinson-Gleichung“ oder „Gleichung vom Virialgleichungstyp“?

Aufgabe 5: *Wassereinspritzung*

11 von 50 Punkten

In einen Luftstrom ($T_L = 30^\circ\text{C}$, $p_L = 1 \text{ bar}$) mit einer relativen Feuchte von $\varphi_1 = 30\%$ werden 5 g flüssiges Wasser ($T_W = 15^\circ\text{C}$) pro kg trockener Luft eingespritzt. Berechnen Sie (KEINE grafische Lösung), wie hoch die Wasserbeladung x_2 und die relative Feuchte φ_2 nach der Einspritzung sind. Wäre die relative Feuchte höher oder niedriger, wenn das Wasser im gasförmigen Zustand eingespritzt würde? Denken Sie wie immer daran, Ihre Antwort zu begründen.

Aufgabe 3

Hier ist zunächst eine adiabat isentrope ZÄ bis zum Erreichen der Umgebungstemperatur durchzuführen und dann eine isotherem ZÄ bis zum Erreichen des Umgebungsdrucks. Das spezifische Volumen im Umgebungszustand (=Endzustand) ist dabei das gleich wie im Anfangszustand, da das Verhältnis $\frac{T}{p}$ in beiden Zuständen gleich ist. (ideales Gas!)

die Fläche zwischen den beiden ZÄ im p-v-Diagramm entspricht der maximalen Arbeit, die geleistet werden kann. Die Umgebung braucht nicht berücksichtigt werden, da das Endvolumen gleich dem Anfangsvolumen ist.

Aufgabe 4

Zunächst muss man in einem p-v-Diagramm die durch die thermische Zustandsgleichung gelieferten Isothermen einzeichnen. Hier ergibt sich bei der Van-der-Waals Gleichung ein Bereich, in dem diese Isothermen je ein lokales Maximum und ein lokales Minimum aufweisen (siehe Abb. 4.6 in Thermodynamik Kompakt).

Der Bereich zwischen diesen Extrema ist instabil. Es wird nun auf jeder eingezeichneten Isotherme ein Punkt vor dem Minimum und ein korrespondierender Punkt hinter dem Maximum gesucht, die miteinander im Gleichgewicht stehen können. Dazu müssen Sie auf der gleichen Höhe, also dem gleichen Druck liegen. Außerdem müssen sie das gleiche chemische Potential haben. Das wird durch die Maxwell'sche Flächenregel sichergestellt, die hier nicht bewiesen werden muss. Die Verbindungslinie zwischen den beiden im Gleichgewicht stehenden Punkten muss die Isotherme so schneiden, dass die beiden sich ergebenden Flächen (über dem Minimum bzw. unter dem Maximum) gleich groß sind.

Hat man auf diese Weise auf jeder Isotherme ein im Gleichgewicht stehendes Punktepaar gefunden, verbindet man alle diese Punkte. Hieraus ergibt sich die sogenannte Naßdampf-Glocke, also das gesuchte 2-Phasen-Gebiet.

Das würde genau so auch mit jeder anderen thermischen Zustandsgleichung funktionieren, die ein reales Fluid beschreibt. Mit der thermischen ZG für ideale Gase geht es jedoch nicht. Diese liefert keine Extremwerte in den Isothermen und damit auch kein 2-Phasen-Gebiet.

Aufgabe 5

Der Sättigungsdruck des Wasserdampfs bei der Eintrittstemperatur kann zu $p_s(30^\circ C) = 0,0424 \text{ bar}$ in der Dampftafel abgelesen werden. Mit der bekannten relativen Feuchte von 30% ergibt sich ein Wasserdampfpartialdruck von $p_1 = 0,3 * p_s(30^\circ C) = 0,0127 \text{ bar}$ und daraus eine Wasserbeladung von $x_1 = 0,00801$.

Werden diesem Strom feuchter Luft 5g Wasser pro kg trockener Luft hinzugefügt, so beträgt die Wasserbeladung danach $x_2 = x_1 + 0,005 = 0,01301$.

Eine Energiebilanz rund um den Mischungsstelle ergibt, dass die spezifische Enthalpie der einströmenden Feuchten Luft ($h_{1+x,1} = 50,676 \text{ kJ/kg}$) plus die Enthalpie des eingespritzten flüssigen Wassers ($0,005 * 15 \text{ K} * 4,182 \text{ kJ/kgK} = 0,3137 \text{ kJ/kg}$) gleich der Enthalpie der auströmenden feuchten Luft sein muss: $h_{1+x,2} = 50,9897 \text{ kJ/kg}$

Die Gleichung zur Bestimmung der spezifischen Enthalpie feuchter Luft $h_{1+x} = c_{pL}t + x_D(c_{pD}t + r_D)$ kann bei bekannter spezifischer Enthalpie nach der gesuchten Temperatur aufgelöst werden:

$$t_2 = 17,90^\circ C$$

Für die nun bekannte Austrittstemperatur lässt sich der zugehörige Sättigungsdampfdruck aus der Dampftafel zwischen $15^\circ C$ und $20^\circ C$ interpolieren zu $p_s(17,9^\circ C) = 0,02071 \text{ bar}$

Der im Austrittszustand vorhandene Wasserdampfdruck lässt sich aus der weiter oben bestimmten Wasserbeladung x_2 zu $p_2 = 0,02049 \text{ bar}$ bestimmen.

Die relative Feuchte lässt sich bestimmen zu $\phi_2 = \frac{p_2}{p_s(17,9^\circ C)} = 98,9\%$

Bei einer Dampfeinspritzung, wäre die Enthalpie des eingespritzten Wasser höher und damit auch die Austrittsenthalpie der feuchten Luft. Das würde bedeuten, dass auch die Austrittstemperatur und damit der Sättigungsdampfdruck $p_{s,2}$ höher lägen. Der tatsächlich vorhandene Dampfdruck würde sich jedoch nicht verändern. Die sich damit ergebende relative Feuchte wäre also geringer.