

Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampf tafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Energieeffizienz*

15 von 50 Punkten

Kurzfrage: Unerwünschte Stickoxide im Dieselmotor entstehen besonders häufig bei sehr hohen Temperaturen. Warum senkt man zu Lösung des Problems dann nicht einfach die Verbrennungstemperatur des Diesels so weit wie möglich?

Um elektrischen Strom zu sparen holt sich Herr Frost im Winter täglich 2 kg Schnee ($t = -5^{\circ}\text{C}$) von draußen und stellt diesen in einer Schale in seinen Kühlschrank ($t = 7^{\circ}\text{C}$), der eine Kälteleistungszahl $\varepsilon = 2,5$ hat. Dort schmilzt der Schnee langsam und wird später mit Kühlschranktemperatur wieder aus dem Kühlschrank entnommen.

- a) Wieviel elektrische Energie hat Herr Frost nach einer Woche durch dieses Vorgehen eingespart?

Begeistert überlegt sich Herr Frost, wie er seinen Kühlschrank noch effizienter nutzen kann und hat folgende Idee: Bisher hat er seine Lieblingssuppe (Stoffdaten wie Wasser) bei 20°C (Umgebungstemperatur) in den Tiefkühlschrank zum Einfrieren gestellt. Jetzt stellt er sie zunächst in seinen Kühlschrank, bis sie dessen Innenraumtemperatur von 7°C erreicht hat. Erst danach stellt er die Suppe in den Tiefkühlschrank bei -18°C .

- b) Woran kann man sofort erkennen, dass das neue Verfahren effizienter ist?
- c) Berechnen Sie zunächst die Entropieänderung pro kg Suppe beim Abkühlen von 20°C auf -18°C nach dem neuen und nach dem alten Verfahren. Bestimmen Sie dann, wieviel Entropie bei dem neuen Verfahren - im Vergleich zum alten Verfahren - pro kg Suppe beim Abkühlen weniger produziert wird. (Berücksichtigen Sie nicht evtl. auftretende Entropieproduktion in den Kälteprozessen, um den (Tief-)Kühlschrank auf 7°C bzw. -18°C konstant zu halten. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass es keine Temperaturgradienten innerhalb der Suppe gibt.)

KF: Niedrigere Verbrennungstemperaturen senken die Temperaturdifferenz zur Umgebung und damit auch den Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine (Dieselmotor)

a) Der Schnee nimmt im Kühlschrank Wärme auf, die ihn auf 0°C erwärmt ($5\text{K} \cdot 2,1 \text{ kJ/kgK}$), ihn schmilzt (334 kJ/kg) und dann auf 7°C erwärmt ($7\text{K} \cdot 4,182 \text{ kJ/kgK}$).

Das ganze wird nun mit 2kg und 7 mal (= täglich eine Woche lang) betrachtet. 2 kg Schnee nehmen also eine Wärme von $5232,8 \text{ kJ/Woche}$ auf.

Um herauszufinden, welche Leistung in Form von el. Strom der Kältemaschine zugeführt werden muss, muss die gerade bestimmte Kälteleistung durch die Leistungszahl dividiert werden.

Es ergibt sich eine eingesparte Stromaufnahme von 2093 kJ/Woche .

b) Da die mittlere Temperaturdifferenz bei der Wärmeübertragung geringer ist, wird weniger Entropie produziert. Das ist ein eindeutiger Hinweis darauf, dass der Prozess effizienter ist.

c) Die Entropieänderung aufgrund von Wärmeabgabe lässt sich über $ds = \frac{dQ}{T} = \frac{c \cdot dT}{T}$ berechnen. Da die Temperatur der Suppe sich während des Abkühlens ändert, muss integriert werden. $\Delta s = c \cdot \ln(T_2/T_1)$ Somit ergibt sich eine Entropieabgabe beim Abkühlen von 20°C auf 0°C von $\Delta s_{20-0} = 0,2955 \text{ kJ/kgK}$.

Das folgende Erstarren der Suppe ist auch mit Wärme- und somit mit Entropieabgabe verbunden: $\Delta s_{\text{Erstarren}} = \frac{Q_{\text{Erstarren}}}{T} = \frac{1\text{kg} \cdot r_E}{T} = \frac{334\text{kJ/kg}}{273,15\text{K}} = 1,2228 \text{ kJ/kgK}$.

Nun muss die Suppe noch auf -18°C abgekühlt werden. Analog zum ersten Abkühlungsschritt (nun aber mit der Wärmekapazität von Eis) ergibt sich $\Delta s_{0-(-18)} = 0,1431 \text{ kJ/kgK}$. Insgesamt reduziert sich die Entropie der Suppe also um $1,661 \text{ kJ/K}$

Für die Entropieabgabe der Suppe spielt es KEINE ROLLE, ob die Abkühlung zunächst im Kühlschrank oder gleich im Tiefkühlschrank erfolgt, da nur die Temperatur der Suppe relevant ist.

Für die vom Kühlschrank aufgenommene Entropie spielt das aber sehr wohl eine Rolle. Um das zu berechnen muss zunächst ermittelt werden, wie viel Wärme die Suppe beim Abkühlen auf 7°C und wieviel anschließend beim Abkühlen auf -18°C abgibt:

$$q_{20-7} = 13\text{K} \cdot 4,18\text{kJ/kgK} = 54,34 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{7-(-18)} = 7\text{K} \cdot 4,18\text{kJ/kgK} + 334\text{kJ/kg} + 18\text{K} \cdot 2,1\text{kJ/kgK} = 54,34 \text{ kJ/kg} + 401,06 \text{ kJ/kg}$$

Genau genommen, muss die zweite spezifische Wärme gar nicht berechnet werden, da diese Wärme in beiden Szenarien bei -18°C vom Kühlschrank aufgenommen wird. In beiden Szenarien kommt also die gleiche Entropiemenge beim Kühlschrank an. Die Differenz der aufgenommenen Entropiemenge und damit die Differenz der produzierten Entropie entsteht bei der Abkühlung von 20 auf 7 Grad, da diese in den beiden Szenarien bei unterschiedlichen Temperaturen vom Kühlschrank aufgenommen wird:

$$s_{20-7,alt} = \frac{54,34\text{kJ/kg}}{255,15\text{K}} = 0,21297 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_{20-7,neu} = \frac{54,34\text{kJ/kg}}{280,15\text{K}} = 0,19397 \text{ kJ/kgK}$$

Das neue Nutzungsverhalten führt also zu einer Reduktion der produzierten Entropie von $0,019 \text{ kJ/kg}$.

Anmerkung: Die Entropieproduktion ist die Differenz zwischen von der Suppe abgegebener und vom Kühlschrank aufgenommener Entropie. Da die von der Suppe abgegebene Entropie aber in beiden Fällen gleich ist, reicht es den Unterschied der vom Kühlschrank aufgenommenen Entropie zu betrachten. Konkret reicht es hier sogar die im Bereich 20 bis 7 Grad aufgenommene Entropie zu betrachten, weil sich bei der weiteren Abkühlung die beiden Szenarien nicht mehr unterscheiden.

Betrachtet wird das Strahltriebwerk eines Flugzeugs, in dem die Luft folgende Zustandsänderungen durchläuft:

- 1-2 Adiabate reversible Verzögerung auf eine Geschwindigkeit $c_2 = 0 \frac{m}{s}$ und einen Druck $p_2 = 0,51 \text{ bar}$ im Diffusor.
- 2-3 Adiabate Verdichtung mit einem Isentropenwirkungsgrad von $\eta_{S,V} = 0,9$ auf $p_3 = 5 \text{ bar}$.
- 3-4 Isobare Erwärmung auf $t_4 = 1075^\circ\text{C}$
- 4-5 Adiabate reversible Entspannung in einer Turbine, die den Verdichter antreibt, so dass (aufgrund von Reibungsverlusten an der verbindenden Welle) gilt: $W_{t,4-5} = 1,01 \cdot W_{t,2-3}$
- 5-6 Adiabate reversible Entspannung in der Schubdüse auf Umgebungsdruck.

Die Luft tritt mit einem Druck $p_1 = p_u = 0,35 \text{ bar}$ und einer Temperatur $t_1 = -35^\circ\text{C}$ in das Triebwerk ein. Verwenden Sie für Luft folgende Stoffdaten: $c_p = 1006 \frac{J}{\text{kgK}}$ und $c_v = 718 \frac{J}{\text{kgK}}$

Hinweis: Vernachlässigen Sie das eingespritzte Kerosin in Ihrer Rechnung. Gehen Sie einfach von einer Wärmezufuhr in der Brennkammer aus.

- a) Skizzieren Sie den Prozess in einem T-s Diagramm!
- b) Wie schnell fliegt das Flugzeug?
- c) Bestimmen Sie die noch unbekannt Drücke und Temperaturen in den Zuständen 2 bis 6

a) Siehe Abbildung 7.7 im Aufgabenbuch. Anders ist lediglich, dass Schritt 2-3 nicht nach links, sondern leicht nach rechts geneigt ist.

b) Im Diffusor wird die kinetische Energie der mit der Fluggeschwindigkeit eintretenden Luft in eine Erhöhung der Enthalpie umgewandelt:

$$\frac{1}{2}c_1^2 = c_p(T_2 - T_1)$$

Die Temperatur im Zustand 2 kann aus den bekannten Druckniveaus im Einsaugzustand und hinter dem (adiabat reversiblen) Diffusor bestimmt werden, da die Eintrittstemperatur ebenfalls bekannt ist: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$: $T_2 = 265,25 K$

Daraus ergibt sich eine Eintritts- (= Reise-)geschwindigkeit von $c_1 = 233,5 m/s$

c)

Die Zustände 1 und 2 sind bereits bekannt.

Die Temperatur in Zustand 3* nach einer reversiblen Verdichtung kann wieder über $\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ zu $T_3^* = 509,89 K$ ermittelt werden. Die tatsächliche Temperatur im Punkt 3 ergibt sich unter Einbeziehung des Wirkungsgrades zu $T_3 = 537,1 K$

Da die Brennkammer isobar ist gilt $p_4 = p_3 = 5 bar$

Die spezifische Arbeit, die dem Verdichter zugeführt werden muss berechnet sich zu $w_{t,2-3} = c_p(T_3 - T_2) = 273,4 kJ/kg$. Als muss die Turbine $w_{t,4-5} = 1,01 \cdot w_{t,2-3} = 276,2 kJ/kg$ bereitstellen. Bei bekanntem Eintrittszustand in die reversibel arbeitende Turbine kann bei bekannter abgegebener spezifischer Leistung die Enthalpie bzw. die Temperatur im Austrittszustand berechnet werden: $T_5 = T_4 - \frac{w_{t,4-5}}{c_p} = 1073,6 K$. Aus bekanntem Eintrittsdruck p_4 und bekannter Eintrittstemperatur T_4 lässt sich mit der nun ermittelten Austrittstemperatur T_5 über den bereits mehrfach genutzten Zusammenhang zwischen Druck- und Temperaturänderung bei adiabat isentropen Zustandsänderungen der Austrittsdruck $p_5 = 2,257 bar$ ermitteln.

Nun erfolgt wieder ein adiabat isentroper Schritt mit zwei bekannten Drücken (p_5 und $p_6 = p_u$) und einer bekannten Temperatur. Aus $\frac{T_6}{T_5} = \left(\frac{p_6}{p_5}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ ergibt sich $T_6 = 629,7 K$.

Aufgabe 3: *Druckluftflasche*

7 von 50 Punkten

Betrachtet wird eine Flasche mit einem Volumen von 10 Litern. Darin befindet sich Luft (ideales Gas) mit einem Druck von $p_1 = 50 \text{ bar}$. Druckluft und Umgebungsluft haben eine Temperatur von 20°C .

- a) Welche kontinuierliche Leistung kann ein Druckluftmotor maximal haben, der an die Flasche angeschlossen ist und eine Stunde lang betrieben werden soll.
- b) Welches Volumen füllt die dabei ausgetretene Luft unter Umgebungsbedingungen?

a) die Exergie der inneren Energie der Druckluft (ideales Gas) beträgt: $W_{ex} = U_1 - U_u + p_u(V_1 - V_u) - T_u(S_1 - S_u) = 147 \text{ kJ}$

Wird der Motor eine Stunde (=3600s) lang betrieben, so ist seine maximale Leistung $\dot{W} = \frac{147 \text{ kJ}}{3600 \text{ s}} = 40,8 \text{ J/s} = 40,8 \text{ W}$

b) Das gesamte Volumen der Luft ist am Ende $V_u = \frac{V_1 \cdot p_1}{p_2} = 500 \text{ l} = 0,5 \text{ m}^3$. Dabei bleiben aber noch die 10 Liter in der der Flasche. Somit ist das Volumen der ausgetretenen Luft die Differenz: $V_{aus} = 0,49 \text{ m}^3$

Kurzfrage: Von welchen Größen hängt die spezifische innere Energie eines idealen Gases ab?

In einem Behälter befinden sich 10 kg trockene Luft mit einer Temperatur von $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Nun wird der Luft in dem Behälter isobar Wärme zugeführt, bis die Luft in dem Behälter eine Temperatur $t_2 = 20^\circ\text{C}$ hat. Da sich die Luft beim Erwärmen ausdehnt, entweicht während der Wärmezufuhr durchgehend Luft aus dem Behälter mit konstantem Volumen, die im weiteren Verlauf natürlich nicht mehr weiter erwärmt werden muss.

- a) Bestimmen Sie die Wärme Q_{1-2} , die für die Erwärmung der Luft im Behälter von 0°C auf 20°C benötigt wird. Stellen Sie dazu zunächst eine Energiebilanz für das System auf und beachten Sie, dass sich die Luft wie ein ideales Gas verhält.
- b) Bestimmen Sie die Differenz der sich im Behälter befindlichen inneren Energie zwischen Start und Ende des Erwärmungsvorgangs?

KF: Nur von der Temperatur.

a) Betrachtet man die Luft in der Flasche als geschlossenes System, gilt: $dU = dQ - pdV$
 $dU + pdV = dQ$

mit $dH = d(U + pV) = dU + pdV + Vdp = dU + pdV$ (da isobar!) ergibt sich

$$dH = dQ$$

mit $dH = m \cdot dh = m \cdot c_p dT$ und der Erkenntnis, dass die Masse m in der Flasche eine Funktion der Temperatur ist (je höher die Temperatur, umso weniger Masse ist in der Flasche), ergibt sich das folgende:

$$m(T)c_p dT = dQ$$

Nun muss noch die Funktion $m(T)$ gefunden werden: $m = \frac{pV}{RT}$, wobei R , p , und das Flaschenvolumen V konstant sind.

$$\frac{pV}{RT}c_p dT = dQ$$

$$\frac{pVc_p}{R} \frac{1}{T} dT = dQ$$

Das Flaschenvolumen lässt sich aus der Anfangsmasse, der Anfangstempertur und dem Druck bestimmen:

$$V = \frac{m_1RT_1}{p}$$

Somit ergibt sich:

$$m_1T_1c_p \frac{1}{T} dT = dQ$$

Integriert man nun beide Seiten ergibt sich:

$$m_1T_1c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = Q_{1-2} = 194,2 \text{ kJ}$$

b) Da $U = m \cdot u$ ist und m mit steigender Temperatur bei konstantem Volumen linear sinkt, während u mit steigender Temperatur linear steigt, ändert sich U bei einer isochoren Temperaturerhöhung gar nicht.

Aufgabe 5: *Kondenswasser*

5 von 50 Punkten

In einem Keller steht im Sommer ein Fenster offen, so dass warme Sommerluft (Massestrom der trockenen Luft: $\dot{m} = 3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$) eintreten kann. Diese Luft kühlt an den Kellerwänden auf deren Temperatur ab und tritt dann wieder aus dem Keller aus. Leider bildet sich dadurch an den Kellerwänden pro Minute 0,2 g Kondenswasser. Die Sommerluft hat eine Temperatur von $t_u = 30^\circ\text{C}$ und eine relative Feuchte von 70%. Welche Temperatur haben die Kellerwände? (Sie dürfen die Aufgabe grafisch oder analytisch lösen.)

Lösungsvorschlag: Pro Stunde bilden sich $0,2\text{g} \cdot 60 = 12\text{g}$ Kondenswasser. Die eintretende Luft hat einen Wasserdampfpartialdruck von $p = \varphi \cdot p_s(30^\circ\text{C}) = 0,7 \cdot 0,0424\text{bar} = 0,02968\text{bar}$. daraus ergibt sich eine Wasserbeladung von $x_1 = 19\text{g/kg}$. Davon kondensieren pro kg trockern Luft $12\text{g}/3\text{kg} = 4\text{g/kg}$ aus. Die gesättigte Luft an der Kellerwand hat also eine Wasserbeladung von $x_2 = (19 - 4 = 15)\text{g/kg}$. Im Mollierdiagramm lässt sich leicht ablesen, dass feuchte Luft bei 20°C eine maximale Wasserbeladung von 15g/kg hat. Dies ist die Temperatur der Kellerwände.