Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

25. August 2010

Klausur zur Vorlesung

Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Skript/Buch angegebenen Dampftafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Wasserkraftwerk* 15 von 50 Punkten

Kurzfrage: Erklären Sie knapp, warum auch ein reversibel arbeitender thermischer Kraftwerksprozess keinesfalls einen thermischen Wirkungsgrad von $\eta = 1$ erreichen kann?

An einem Wasserfall stürzen $20\,m^3$ Wasser pro Sekunde $16\,m$ herab. Gehen Sie davon aus, dass das Wasser keine Wärme mit Umgebung, Luft oder Fels austauscht. Der Fluss hat oberhalb des Wasserfalls Umgebungstemperatur $T_U = 15°C$.
Hinweis: Arbeiten Sie in den folgenden Aufgabenteilen immer mit mindestens 6 signifikanten Stellen bei allen Zahlenwerten, die Sie bestimmen.

a) Welche Temperatur hat der Fluss am Fuß des Wasserfalls?

b) Wieviel größer ist Entropie pro kg Wasser hinter dem Wasserfall im Vergleich zum Zustand davor? Woher kommt diese zusätzliche Entropie?

c) Wieviel Exergie wird an diesem Wasserfall in einer Minute in Anergie umgewandelt?

d) Wenn an diesem Wasserfall ein reversibel arbeitendes Wasser-Kraftwerk gebaut würde, das eine adiabat isentrope Pumpe betriebe: Welcher Volumenstrom Wasser könnte dann dem unteren Flusslauf entnommen und mit dieser Pumpe in ein Becken gepumpt werden, dass auf den Niveau des oberen Teils des Flusslaufs befindet?

e) Wie müsste die Antwort auf d) lauten, wenn Wasserkraftwerk und Pumpe jeweils einen Wirkungsgrad von nur 75% hätten?

Lösungsvorschlag Aufgabe 1:

KF: Der thermische Wirkungsgrad ist das Verhältnis von gewonnener Arbeit zu zugeführter Wärme. Würde die gesamte zugeführte Wärme in Arbeit (elektrischen Strom) gewandelt, so wäre der Wirkungsgrad gleich eins. Der zweite Hauptsatz aber fordert, dass die mit dem Wärmestrom zugeführte Entropie auch wieder abgeführt werden muss. Dazu wird ein Abwärmestrom benötigt, der die Ausbeute an Arbeit und damit den Wirkungsgrad schmälert.

a) Beim Hinunterstürzen des Wassers wird potentielle Energie in Enthalpie umgewandelt. Es gilt: $c_{H_2O}\Delta T = g\Delta z$

$\Delta T = \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 16\,m}{4{,}18\,\frac{kJ}{kg\,K}} = 0,0376\,K$

Die Temperatur des Wassers hinter dem Wasserfall beträgt also 15,0376°C.

b) Da der Druck konstant bleibt gilt:

$s_{ein} - s_{aus} = c_{H_2O}\,ln\left(\frac{T_{aus}}{T_{ein}}\right) = 4{,}18\,\frac{kJ}{kgK}\,ln\left(\frac{288{,}188\,K}{288{,}15\,K}\right) = 0{,}551204\,\frac{J}{kgK}$

Diese zusätzliche Entropie ist produziert worden. Eine Zufuhr von außen ist ausgeschlossen, da keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird.

c) Die Umwandlung von Exergie in Anergie ist gleichbedeutend mit irreversiblem Arbeitsverlust. Dieser kann bei bekannter Entropieproduktion über $w_{V,irrev} = T_U \cdot s_{prod}$ bestimmt werden.

$\dot{W}_{V,irrev} = \dot{m}T_U s_{prod} = \dot{V}\rho T_U s_{prod} = 20\,m^3/s \cdot 1000\,kg/m^3 \cdot 288{,}15\,K \cdot 0{,}551204\,\frac{J}{kgK} = 3176{,}59\,kJ$

d) Wenn alle Komponenten perfekt arbeiten, kann der vollständige Volumenstrom von $20\,m^3$ Wasser pro Sekunde auf das ursprüngliche Niveau angehoben werden.

e) In diesem Fall würde das Wasserkraftwerk nur 75% der potentiellen Energie an das Pumpe weitergeben. Diese würde davon wiederum nur 75% erneut in potentielle Energie umwandeln können.

Der Gesamtwirkungsgrad läge also bei $0{,}75 \cdot 0{,}75 = 0{,}5625$ und der Volumenstrom bei $0{,}5625 \cdot 20\,m^3/s = 11{,}25\,m^3/s$.

Aufgabe 2: *Stickstoff-Eiscreme* 21 von 50 Punkten

Kurzfrage:Weshalb lässt sich die von einem Verdichter aufgenommene technische Arbeit in einem p-h-Diagramm leichter ablesen als in einem p-v-Diagramm?

Mithilfe von flüssigem Stickstoff kann Speiseeis zubereitet werden (bitte probieren Sie das NICHT zu Hause aus!), indem Milch mit der 2,3-fachen Masse flüssigem Stickstoff in einem offenen Gefäß gemischt wird und Puderzucker und z.B. gefrorene Himbeeren während des Mischvorgangs hinzugefügt werden.

Um flüssigen Stickstoff zu erhalten durchläuft Stickstoff, der einer Druckflasche mit 50 bar und Umgebungstempertur (Zustand 1) entnommen wird, eine isotherme Kompression (Zustand 2). Danach strömt der Stickstoff durch einen Gegenstromwärmeübertrager, in dem er abgekühlt wird (auf Zustand 3). Die folgende ideale Drosslung führt zu einer weiteren Absenkung der Temperatur, so dass sich der Stickstoff nun im Nassdampfgebiet befindet (Zustand 4). Der flüssige Teil des Stickstoffs wird entnommen, der gasförmige Teil (Zustand 4") strömt isobar durch den oben bereits erwähnten Gegenstromwärmeübertrager und danach im Zustand 5 ($p_5 = p_U = 1\,bar$ und $T_5 = T_U = 20°C$) in einen Auffangbehälter.

Das Gemisch aus flüssigem und gasförmigem Stickstoff hinter der Drossel hat eine spezifische Enthalpie von 63,5 $\frac{kJ}{kg}$. Die Anlage liefert einen Volumenstrom von 0,05 $\frac{Liter}{s}$ flüssigem Stickstoff.

a) Wie hoch sind Druck und Temperatur der flüssigen Phase hinter der Drossel?

b) Wie groß ist der Massenstrom des flüssigen Stickstoffs und wie groß der Volumenstrom (!) des gasförmigen Stickstoffs, die von der Anlage abgegeben werden.

c) Wie groß ist der Wärmestrom, den der gasförmige Stickstoffstrom hinter der Drossel beim erneuten Durchlaufen des internen Wärmeübertragers aufnimmt? Wie groß ist die spezifische Wärmemenge, die der Stickstoff beim Durchlaufen des internen Wärmeübertragers zwischen den Zuständen 2 und 3 abgibt?

d) Auf welchen Druck verdichtet der Verdichter den Stickstoff?

e) Bestimmen Sie die Temperatur direkt vor der Drossel!

f) Welche Temperatur hat das fertige Speiseeis, wenn Sie die Milch vereinfachend wie Wasser behandeln und die Zugabe von Zucker und Früchten ignorieren? Gehen Sie dabei davon aus, dass der Stickstoff durch die Wärmeübertragung an die Milch vollständig verdampft und während des Verdampfens keine Wärme mit der Umgebung austauscht. NACH dem Verdampfen tauscht der Stickstoff nur noch mit der Umgebung Wärme aus aber nicht mehr mit der Milch. Die Milch hat vor Beginn des Mischvorgangs eine Temperatur von $20°C$.

Achtung: Stoffwerte für Stickstoff folgen auf der nächsten Seite.

Fortsetzung Aufgabe 2

Stoffwerte für N_2 (gasförmig)

Spezifische Enthalpie $[kJ/kg]$ in Abhängigkeit von Druck und Temperatur:

	293,15 K	273,15 K	210 K	190 K	170 K	150 K	130 K
1 bar	304,1	283,2	-	-	-	-	-
150 bar	276,0	250,1	158,1	122,4	81,5	37,0	-6,4
170 bar	273,4	247,1	153,3	117,4	77,4	35,1	-6,3
190 bar	271,2	244,4	149,4	113,7	74,7	34,1	-6,1

Stoffwerte für N_2 (2-phasen-Gebiet flüssig/dampfförmig)

p [bar]	T[K]	h' [kJ/kg]	h" [kJ/kg]	v' [m^3/kg]	v" [m^3/kg]
0,95	76,8	-123,1	76,7	0,00124	0,230
1,00	77,2	-122,2	77,1	0,00124	0,219
1,20	78,8	-119,0	78,2	0,00125	0,185

Kurzfrage:

Die technische Arbeit berechnet sich über die Enthalpiedifferenz, welche in einem p-h-Diagramm direkt als Strecke abgelesen werden kann, während bei einem p-V-Diagramm über die Fläche integriert werden muss.

a)

Druck: 1 bar, da nach der Drossel und isobare Prozessführung zwischen Zustand 4 und Zustand 5=> Stoffwerte aus der Tabelle für Zweiphasengebiet entnehmen

Temperatur: T = 77,2 K

Druck: $p_{4''}$ = 1 bar

b)

Berechnung des Massenstroms des flüssigen Stickstoffs über

$\dot{m}_{fl} = \rho * \dot{V}_{fl} = \frac{\dot{V}_{fl}}{v'}$ mit v' = 0,00124$\frac{m^3}{kg}$ und $\dot{V}_{fl}$ = 0,05*10^{-3} $\frac{m^3}{s}$

$\dot{m}_{fl}$ = 0,0403$\frac{kg}{s}$

Berechnung von x über x = $\frac{h-h`}{h"-h`}$ mit h= h_4 = 63,5 $\frac{kJ}{kg}$, h' = 77,1$\frac{kJ}{kg}$ und h" = -122,2 $\frac{kJ}{kg}$

x= 0.93176

Berechnung des Massenstroms des gasförmigen Stickstoffs:

$\dot{m}_g = \frac{\dot{m}_{fl} * x}{1-x}$ = 0,55058 $\frac{kg}{s}$

Volumenstrom des gasförmigen Stickstoffs:

$\dot{V}_g = \dot{m}_g$ * v" mit v" = 0,219 $\frac{m^3}{kg}$

$\dot{V}_g$ = 0,12058 $\frac{m^3}{s}$

c)

$\dot{q}_{4"5}$ = $h_{4''}$ – h_5 mit h_5 = 304,1 $\frac{kJ}{kg}$

$|\dot{q}_{4"5}|$ = 227 $\frac{kJ}{kg}$

$\dot{Q}_{4"5} = |\dot{q}_{4"5}| * \dot{m}_g$

$\dot{Q}_{4"5}$ = 124,98 kW

Annahme idealer Wärmeübertrager => $\dot{Q}_{4"5} = \dot{Q}_{23}$

$\dot{q}_{23} = \frac{\dot{Q}_{23}}{\dot{m}_{ges}}$ mit $\dot{m}_{ges} = \dot{m}_g + \dot{m}_{fl} = 0{,}5909\frac{kg}{s}$

$\dot{q}_{23} = 211{,}51\,\frac{kJ}{kg}$

d)

ideale Drosselung, daher $h_4 = h_3 = 63{,}5\,\frac{kJ}{kg}$

=> $h_2 = \dot{q}_{23} + h_3$

$h_2 = 275{,}01\,\frac{kJ}{kg}$

Interpolation zwischen 150 bar und 170 bar bei 293,15K, da isotherme Kompression von 1->2

=> p2 = 157,62 bar

e)

$p_2 = p_3$

Interpolation der Enthalpie zwischen 150 bar und 170 bar bei 170K und p_3

$h_{170p3} = 79{,}94\,\frac{kJ}{kg}$

Interpolation der Enthalpie zwischen 150 bar und 170 bar bei 150K und p_3

$h_{150p3} = 36{,}28\,\frac{kJ}{kg}$

Interpolation zwischen h_{170p3} und h_{150p3} mit $h_3 = 63{,}5\,\frac{kJ}{kg}$

$T_3 = 162{,}47K$

f)

Der flüssige Stickstoff kann eine bestimmte Menge an Enthalpie zur Verfügung stellen, welche zum Gefrieren der Milch / des Wassers verwendet werden kann.

$\Delta h_N = h'' - h' = 77{,}1\,\frac{kJ}{kg} - (-122{,}2)\,\frac{kJ}{kg} = 199{,}3\,\frac{kJ}{kg}$

Das Wasser muss zunächst von 20°C auf 0°C abgekühlt werden.

$\Delta h_{020} = 83{,}64\,\frac{kJ}{kg}$ mit $h = c_p * \Delta T$ und $c_p = 4{,}182\frac{kJ}{kgK}$

Anschließend muss das Wasser zu Eis gefrieren, dafür wird die Schmelzenthalpie des Wassers benötigt

$h_{Schmelz} = 334\,\frac{kJ}{kg}$ (entnommen aus dem Skript)

Die Differenz zwischen der vom Stickstoff bereitgestellten Enthalpie und der zum Gefrieren des Wassers nötigen Enthalpien kann schließlich genutzt werden, um das Eis auf unter 0°C abzukühlen.

$h_{Rest} = 2{,}3 * \Delta h_N - (\Delta h_{020} + h_{Schmelz}) = 40{,}75\ \frac{kJ}{kg}$

Die Temperatur des Eises berechnet sich dann:

$|T_{Eis}| = \frac{h_{Rest}}{c_{Eis}} = 19{,}404K$ mit $c_{Eis} = 2{,}1\ \frac{kJ}{kgK}$

Die Temperatur des Speiseeises beträgt also -19,404 °C.

Aufgabe 3: *Verschiedenes* 14 von 50 Punkten

Kurzfrage: Für welche Bereiche (fest, flüssig, gasförmig, 2-Phasen-Gebiete) sind kubische Zustandsgleichungen (z.B. Van-der-Waals) gültig?

Für ein zu untersuchendes Fluid gilt: $p(h,s) = \frac{h}{s^2} \cdot 5 \cdot 10^3 \, \frac{Pa \cdot kJ}{K^2 \cdot kg}$

a) Zeigen Sie das $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = V$ ist!

b) Wie hoch ist die Temperatur des Fluids bei $p = 2\,bar$ und $s = 5000\,\frac{J}{kg\,K}$?

c) Handelt es sich bei der gegebenen Gleichung $p(h,s)$ um eine Fundamentalgleichung? Was ist die besondere Eigenschaft einer Fundamentalgleichung?

Der folgende Aufgabenteil hat keinen Bezug zu den vorhergehenden Aufgabenteilen.

d) Zeigen sie, dass bei hohen Temperaturen, wenn alle vibratorischen Freiheitsgrade effektiv sind, die molare, isobare Wärmekapazität $c_{p,m}$ von gasförmigem Stickstoff 9/14 der molaren, isobaren Wärmekapazität von Wasserdampf beträgt?

Lösungsvorschlag Aufgabe 3:

KF: kubische Zustandsgleichungen können alle Bereiche eines Fluids beschreiben, also flüssig, 2-phasig und gasförmig.

a) Die Gibbsche Fundamentalgleichung lautet in der Enthalpieform:
$dH = TdS + Vdp$

Das totale Differential einer Fundamantalgleichung $H = H(p, S)$ lautet:
$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S dp + \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p dS$

Ein Koeffizientenvergleich ergibt die gesuchte Gleichung:$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = V$

b) Analog zu a) lässt sich $\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p = T$ herleiten.

Also muss die gegeben Gleichung nach h umgestellt werden und dann nach s abgeleitet werden, um die Temperatur T zu erhalten:
$h = \frac{ps^2}{5 \cdot 10^6 \frac{PaJ}{K^2 kg}}$ und damit $\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T = \frac{2ps}{5 \cdot 10^6 \frac{PaJ}{K^2 kg}}$

Mit den gegeben Werten $p = 2\,bar$ und $s = 5000\,\frac{J}{kg\,K}$ ergibt sich $T = 400\,K$

c)Ja, die Gleichung $p(h, s)$ ist genau wie $h(p, s)$ eine Fundamentalgleichung, aus der sich nur durch Differenzieren und algebraische Umformungen alle thermodynamischen Zustandsgrößen bestimmen lassen.

d)Stickstoff ist ein 2-atomiges Molekül (n=2), das über $n_{trans} = 3$ translatorische, $n_{rot} = 2$ rotatorische und $3n - n_{trans} - n_{rot} = n_{vib} = 1$ vibratorischen Freiheitsgrad verfügt.

Wasser ist ein 3-atomiges, nicht lineares, Molekül (n=3), das über $n_{trans} = 3$ translatorische, $n_{rot} = 3$ rotatorische und $3n - n_{trans} - n_{rot} = n_{vib} = 3$ vibratorische Freiheitsgrade verfügt.

Es gilt $c_{m,p} = c_{m,v} + R = \frac{n_{trans}}{2}R + \frac{n_{rot}}{2}R + n_{vib}R + R$

Damit ergibt sich $c_{m,p,N_2} = 9/2R$ und $c_{m,p,H_2O} = 14/2R$.

Also ist $\frac{c_{m,p,N_2}}{c_{m,p,H_2O}} = 9/14$.