

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Skript/Buch angegebenen Dampf tafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

### **Aufgabe 1:** *Wäschetrockner*

18 von 50 Punkten

Kurzfrage: Von welchen zwei Parametern hängt die Kühlgrenztemperatur eines mit Wasser getränkten Lappens ab?

In einem Wäschetrockner wird trockene Luft mit einer Temperatur  $T_1 = 15^\circ C$  aus einem kühlen Kellerraum angesaugt und zunächst isobar von einer elektrischen Heizung auf  $T_2 = 70^\circ C$  erwärmt. Danach strömt die Luft an der feuchten Wäsche vorbei, die zum betrachteten Zeitpunkt noch sehr nass ist und eine Temperatur von  $T_W = 30^\circ C$  hat. Dabei nimmt die Luft dort soviel Wasser auf, dass nach der Wasseraufnahme eine relative Feuchtigkeit von  $\varphi = 80\%$  vorliegt. Die feuchte Luft strömt danach durch einen Wärmeübertrager, in dem sie Wärme an einen Wasserstrom ( $\dot{m}_{Kuehlwasser} = 200 \frac{g}{s}$ ) abgibt. Die Luft verlässt den Wärmeübertrager mit  $T_4 = 15^\circ C$  und strömt in die Umgebung. Eventuell in dem Wärmeübertrager entstehendes Kondensat wird in einem Auffangbehälter gesammelt. Im Wäschetrockner herrscht der Umgebungsdruck  $p_U = 1 \text{ bar}$

- Welche spezifische elektrische Arbeit  $w_{el}$  benötigt die Heizung, die die Luft erwärmt?
- Zeigen Sie analytisch (nicht graphisch), dass die Luft nach dem Vorbeiströmen an der feuchten Kleidung eine Temperatur von  $T_3 = 26,61^\circ C$  hat.  
(Hinweis: Behandeln Sie den Übergang des Wassers von der Wäsche an die Luft wie eine Wassereinspritzung, bei der sich die Temperatur der Wäsche nicht ändert.)
- Welcher Luftmassenstrom muss durch den Wäschetrockner strömen, damit der Wäsche ein Wassermassenstrom  $\dot{m}_W = 50 \frac{g}{Minute}$  entzogen wird?
- Welcher Kondenswassermassenstrom fließt in den Sammelbehälter?
- Die kreisrunde Luftansaugöffnung des Wäschetrockners hat einen Durchmesser von  $d = 50 \text{ mm}$ . Mit welcher Geschwindigkeit strömt die angesaugte Luft hier hindurch? Der Luftaustritt aus dem Wäschetrockner erfolgt durch eine Öffnung mit der gleichen Querschnittsfläche. Ist die Luftaustrittsgeschwindigkeit kleiner oder größer als die zuvor berechnete Eintrittsgeschwindigkeit?

KF: Die KGT hängt von der Temperatur der umgebenen Luft und von deren Wasserbeladung bzw. deren rel. Feuchte ab.

a)  $\dot{w}_e l = (70 - 15)K * c_{p,Luft} = 55330 J/kg$

b) Zunächst benötigen wir ein paar Werte:

Durch Interpolation zwischen  $25^\circ C$  und  $30^\circ C$  ermitteln wir den Sättigungspartialdruck von Wasser bei  $26,61^\circ C$ :  $p_s(26,61^\circ C) = 0,03515 bar$

80% davon sind der vorliegende Wasserdampfpartialdruck nach dem Passieren der feuchten Wäsche:  $p_{H_2O} = 0,02811 bar$ .

Dies entspricht einer Wasserbeladung  $x = 0,01799$ .

Nun müssen wir zeigen, dass die Enthalpie von flüssigem Wasser ( $30^\circ C$ ), das sich noch in der Wäsche befindet, und heißer ( $70^\circ C$ ) trockener Luft in der Summe die gleiche ist, wie die der feuchten Luft bei  $26,61^\circ C$ . Dies muss so sein, da während des Verdunstens ja keine Wärme von außen zugeführt wird.

Enthalpie vorher (flüssiges Wasser + heiße Luft):

$$c_{p,Luft} * 70^\circ C + x * c_{H_2O,fl} * 30^\circ C = 72677 J/kg$$

Enthalpie nachher (feuchte Luft bei  $26,61^\circ C$ ):

$$c_{p,Luft} * 26,61^\circ C + x(r_{H_2O} + 26,61^\circ C * c_{p,Wasserdampf}) = 72674 J/kg$$

Diese beiden Werte unterscheiden sich erst in der fünften signifikanten Stelle und können im Sinne der Beweisführung als gleich gelten.

b) Da die Luft im Einsaugzustand vollständig trocken ist ( $x_1 = 0$ ) und mit  $x_2 = 0,01799$  wieder austritt, lässt sich der benötigte Luftmassenstrom berechnen als:

$$\dot{m}_L = \frac{50 g/min}{x_2} = 46,31 g/s = 2779 g/min$$

c) Um diese Aufgabe zu lösen müssen wir uns klar machen, dass die Luft, die den Wärmeträger verlässt, annähernd eine rel. Feuchte von 100% hat. (Ansonsten würde sich gar kein Kondensat bilden).

Der Sättigungspartialdruck von Wasser bei  $15^\circ C$  beträgt  $0,017 bar$ . Die Wasserbeladung der gesättigten Luft liegt also bei  $x_3 = 0,01076$ .

Die Differenz zwischen  $x_3$  und der weiter oben berechneten Wasserbeladung  $x_2 = 0,01799$  sagt uns, wieviel Wasser pro kg Luft im WÜ auskondensiert sein muss. Insgesamt ergibt sich für den Kondenswassermassenstrom:  $\dot{m}_K = \dot{m}_L * (x_2 - x_3) = 0,335 g/s$ .

e) Sowohl im Ansaug- als auch im Austrittszustand kann davon ausgegangen werden, dass sich die feuchte Luft wie ein ideales Gas verhält. Da in beiden Zuständen die Temperaturen und Drücke gleich sind, muss auch das Verhältnis aus Volumenstrom zu Teilchenstrom gleich sein. Da mehr Teilchen pro Zeit den Trockner verlassen (Luft UND Wasser) als eintreten (nur Luft), und die Öffnungen die gleiche Durchtrittsfläche haben, muss die Austrittsgeschwindigkeit höher sein.

Kurzfrage: Der Besitzer eines Kühlschranks mit einer Kälteleistungszahl von  $\varepsilon = 1,1$  beschließt, diesen Kühlschrank als Wärmepumpe zu nutzen. Welchen Leistungszahl hat diese 'Wärmepumpe'?

In einer Auto-Klimaanlage wird  $CO_2$  als Kältemittel verwendet. Das Kältemittel durchläuft einen sogenannten transkritischen Prozess, bei dem das untere Druckniveau, auf dem eine Verdampfung des Kältemittels stattfindet, unterhalb des kritischen Punktes und das obere Druckniveau oberhalb des kritischen Punktes liegt. Der Prozess setzt sich ausgehend vom Zustand 1 zusammen aus einer Verdichtung mit einem Isentropenwirkungsgrad von  $\eta = 80\%$  auf den Zustand 2, einer anschließenden isobaren Wärmeabfuhr bis zum Zustand 3, einer adiabaten Drosselung auf den Zustand 4 (Nassdampfgehalt  $x = 0,1$ ,  $p_4 = 40 \text{ bar}$ ). Nach dem Durchlaufen eines isobaren Wärmeübertragers wird wieder Zustand 1 erreicht, in dem eine Überhitzung von  $5 \text{ K}$  vorliegt. Dem (adiabaten) Verdichter wird eine Antriebsleistung von  $1 \text{ kW}$  zugeführt. Der umlaufende Massenstrom beträgt  $\dot{m}_{CO_2} = 20 \frac{\text{g}}{\text{s}}$ .

Stoffwerte für  $CO_2$  im 2-phasigen Gebiet:

T [K]	h' [kJ/kg]	h'' [kJ/kg]	s' [kJ/kg K]	s'' [kJ/kg K]	p [bar]
273,3	200,39	430,80	1001,38	1844,40	35,00
278,5	213,27	427,25	1046,07	1814,52	40,00
283,1	225,68	422,90	1088,21	1784,81	45,00
283,5	226,55	422,56	1091,16	1782,67	45,36
287,4	237,87	417,66	1128,86	1754,37	50,00

Stoffwerte für  $CO_2$  (1-phasiges Fluid):

T [K]	p [bar]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg K]
373,1	115,00	491,62	1877,27
367,2	115,00	481,38	1849,60
292,9	115,00	240,00	1109,95
288,8	115,00	230,00	1075,57
369,2	110,00	489,40	1877,28
363,4	110,00	479,26	1849,60
292,7	110,00	240,00	1111,91
288,6	110,00	230,00	1077,50
365,2	105,00	487,09	1877,28
359,4	105,00	477,07	1849,60
292,4	105,00	240,00	1113,87
288,4	105,00	230,00	1079,44
283,5	45,00	423,71	1787,67
283,5	40,00	437,09	1849,60
278,5	40,00	427,25	1814,52
278,5	35,00	439,74	1876,85

Die Aufgaben finden sich auf der folgenden Seite.

- a) Zeichnen Sie den Kreislauf qualitativ korrekt in ein T-S-Diagramm und tragen Sie alle bekannten Werte ein.
- b) Bestimmen Sie die Drücke und Temperaturen in allen vier Eckpunkten des Prozesses.
- c) Wie groß ist die Kälteleistung der Klimaanlage? Berechnen Sie den von der Anlage abgegebenen Wärmestrom. Bestimmen Sie die Kälteleistungszahl  $\epsilon$ .
- d) Ein Gutachter behauptet, der oben beschriebene Kreislauf sei völlig unsinnig, da er bereits bei einer Umgebungstemperatur von  $T_U = 20^\circ\text{C}$  nicht mehr funktionieren würde. Wie bewerten Sie diese Aussage.

KF: Wird ein Kreislauf als Wärmepumpe verwendet, so ist der 'Nutzen' die Heizleistung, also die auf dem hohen Temperaturniveau abgegebene Wärme. Diese ist genau um die Leistungsaufnahme des Verdichters größer als die bei der niedrigen Temperatur aufgenommene Wärme, die für einen Kältekreislauf den 'Nutzen' darstellt. Daher ist die Leistungszahl der WP genau um 1 größer als die des Kältekreislaufs.

a) Gegen den Uhrzeigersinn laufender Kreislauf, der um den KP herumläuft. Sowohl bei der Verdichtung als auch bei der Drosselung kommt es zu einer Entropiezunahme. Die isobare Wärmeaufnahme erfolgt im Naßdampfgebiet isotherm. Danach steigt die Temperatur um 5K. Während der isobaren Wärmeabgabe sinkt die Temperatur.

b) Der Druck  $p_4 = 40\text{bar}$  ist in der Aufgabenstellung bereits gegeben. Damit ist auch  $p_1 = 40\text{bar}$ , da  $p_1$  und  $p_4$  auf der selben Isobaren liegen.

Da Punkt 4 im ND-Gebiet liegt ist  $T_4 = T_s(p_4) = 278,5\text{K}$ .

Da das Fluid im Verdampfer um 5K überhitzt wird, liegt  $T_1$  bei  $278,5\text{K} + 5\text{K} = 283,5\text{K}$ .

Der Punkt 2 wird über die dem Verdichter zugeführte Leistung und dessen Wirkungsgrad gefunden:

$$h_2 = h_1 + \frac{1\text{kW}}{20\text{g/s}} = 437,09\text{J/g} + 50\text{J/g} = 487,09\text{J/g}$$

Ein idealer (isentrop) Verdichter würde zu folgendem Ergebnis führen:

$$h_2^* = h_1 + (h_2 - h_1) * \eta_{s,v} = 477,09\text{J/g}$$

Weiterhin würde bei einem isentropen Verdichter  $s_2 = s_1 = 1849\text{kJ/kgK}$  gelten.

Mit der Entropie und der Enthalpie für Punkt 2 lässt sich der Hochdruck  $p_2 = 105\text{bar}$  aus der Tabelle ablesen. Dies ist gleichzeitig auch  $p_3$ .

Bei nun bekanntem Druckniveau  $p_2$  kann mit  $h_2 = 487,09$  auch  $T_2 = 365,2\text{K}$  abgelesen werden.

Nun muss nur noch  $T_3$  bestimmt werden. Da von Punkt 3 eine isenthalpe Drosselung zu Punkt 4 stattfindet sieht man nach Ermittlung von  $h_3 = h_4 = 234,7\text{J/g}$  (mit  $x=0,1$  berechnet), dass  $h_3$  zwischen 288,4K und 292,4K liegt. Eine Interpolation liefert das gewünschte Ergebnis:  $T_3 = 290,3\text{K}$ .

c) Die Kälteleistung hängt vom Massenstrom und der Enthalpiedifferenz des Fluids im Verdampfer ab, da das Fluid hier Wärme aufnimmt:

$$\dot{Q}_K = \dot{m} * (h_1 - h_4) = 4,05\text{kW}$$

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_K + 1\text{kW} = 5,05\text{kW}$$

$$\epsilon = 4,05\text{kW}/1\text{kW} = 4,05$$

d) Der Gutachter hat recht. Da  $T_3$  bei unter  $20^\circ\text{C}$  liegt, kann das Fluid im WÜ von 2 nach 3 auch nur dann so weit abgekühlt werden, wenn die Umgebungstemperatur unter  $T_3$  liegt.

Kurzfrage: Was repräsentiert der Parameter 'b' in der thermischen Zustandsgleichung von van der Waals?

- a) Ein einatomiges ideales Gas wird reversibel und adiabatisch vom Umgebungszustand ( $T_U = 20^\circ\text{C}$ ,  $p_U = 1 \text{ bar}$ ) auf  $p_2 = 10 \text{ bar}$  verdichtet. Welche Temperatur  $T_2$  hat das Gas direkt nach der Verdichtung? Bestimmen Sie die dabei auftretende Änderung der spezifischen Entropie des Gases  $\Delta s$ .
- b) Zeigen Sie, dass  $\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S$  ist. Für welche Fluide ist diese Aussage gültig?
- c) In einer Umgebung mit  $T_U = 20^\circ\text{C}$  und  $p_U = 1 \text{ bar}$  befindet sich eine Druckluftflasche. Die Luft in dieser Flasche hat zum betrachteten Zeitpunkt einen Druck  $p = 10 \text{ bar}$  und eine Temperatur  $T = 0^\circ\text{C}$ . Zeichnen Sie in ein p-V-Diagramm die Zustandsänderungen ein, die an dem Gas in der Flasche vollzogen werden müssten, um einmalig die maximale Arbeit zu gewinnen. Schraffieren Sie in Ihrer Zeichnung die Fläche, die dieser maximalen Arbeit entspricht. Mit welchem Ansatz lässt sich diese Arbeit berechnen?

KF:  $b$  ist das Kovolumen, also das Volumen der anderen, eben NICHT punktförmigen, Teilchen.

a) Es gibt nur die 3 translatorischen Freiheitsgrade. Daher ist  $c_v = 3/2R$  und  $c_p = 5/2R$ . Damit ist  $\kappa = 5/3 = 1,666$ .

Für die isentrope Verdichtung eines idealen Gases gibt:  $(p_1/p_2)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_1/T_2$ . Damit ergibt sich  $T_2 = 736K$ .

Da eine reversibel adiabate Verdichtung immer auch isentrop ist, ändert sich die Entropie gar nicht.

b) Beweis: siehe Lehrbuch. Diese Beziehung ist für alle Fluide gültig.

c) Erst eine adiabat isentrope ZÄ bis zur Umgebungstemperatur. Dann eine isotherme ZÄ bis zum Umgebungszustand.

Die maximal gewinnbare Arbeit kann über die Beziehung für die Exergie der inneren Energie bestimmt werden.