

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

### Aufgabe 1: *Zubereitung eines wohltemperierten Baby-Fläschchens* 11 von 50 Punkten

Sie befinden sich in Ihrer Küche: Um 150 g Wasser bei 40°C zu erhalten, stehen Ihnen kaltes Wasser (10°C) aus dem Wasserhahn und ein offener Wasserkocher zur Verfügung. Der Wasserkocher wird mit 0,5 kg Wasser (Mindestfüllmenge) befüllt. Nach dem Anschalten des Wasserkochers erwärmt dieser das Wasser, indem er einen Wärmestrom von 1,5 kW zuführt. Erst zehn Sekunden nach Erreichen der Siedetemperatur schaltet sich der Wasserkocher ab. Nun mischen Sie in einem kleinen Fläschchen siedendes Wasser mit kaltem Wasser so, dass Sie die gewünschte Temperatur von 40°C erhalten, um danach das Milchpulver, das für das Baby aber nicht für diese Aufgabe relevant ist, hinzuzugeben.

Hinweis: Der Wasserkocher ist adiabt und hat eine zu vernachlässigende Masse.

- Wieviel Wasser müssen Sie insgesamt dem Wasserhahn entnehmen?
- Wie lange dauert der Vorgang vom Einschalten bis zum Ausschalten des Wasserkochers?
- Welcher Anteil des Wasser ist in die Gasphase übergegangen, wenn der Wasserkocher sich ausschaltet.
- Wie groß ist die spezifische Entropie des Gemischs aus siedendem und dampfförmigen Wasser zu diesem Zeitpunkt?
- Wie groß ist der energetische Wirkungsgrad  $\eta = \frac{Q}{W_e}$  einer elektrischen Widerstandsheizung, wie Sie sie in einem solchen Wasserkocher finden? Woran können Sie erkennen, dass es effizientere Lösungen zum Heizen gibt?

Lösungsvorschlag:

- Um Wasser bei 40°C zu erhalten, muss man 2/3 Wasser bei 10°C mit 1/3 Wasser bei

100°C mischen. Es werden also 100g kaltes Wasser und 50g heißes Wasser benötigt. Da die Mindestfüllmenge des Kochers aber 500g beträgt, werden insgesamt  $100\text{g} + 500\text{g} = 600\text{g}$  Wasser aus dem Wasserhahn entnommen werden müssen.

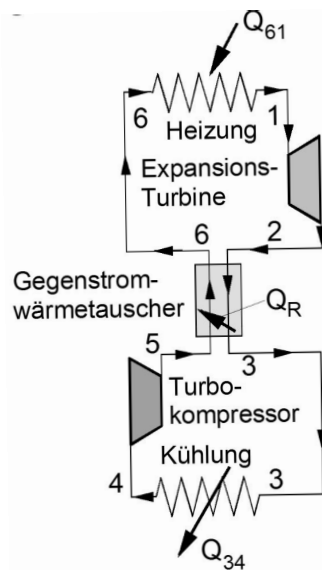
b) Bis zum Sieden wird eine Wärme von  $Q = 0,5\text{ kg} * 4,18\text{ kJ/kgK} * 90\text{K} = 188,1\text{ kJ}$  benötigt. Bei einer Leistung von 1,5 kW wird eine Zeit von  $188,1\text{ kJ} / 1,5\text{ kW} = 125,4$  Sekunden benötigt. Da der Wasserkocher nach dem Erreichen des Siedepunktes aber noch weitere 10 Sekunden heizt, beträgt die Gesamtdauer 135,4 Sekunden.

c) Die Verdampfungsenthalpie bei 100°C beträgt  $h'' - h' = 2255,5\text{ kJ/kg}$ . In 10 Sekunden liefert der Wasserkocher eine Wärme von  $10\text{s} * 1,5\text{ kW} = 15\text{ kJ}$ . Es werden also  $15\text{ kJ} / 2255,5\text{ kJ/kg} = 6,65\text{g}$  Wasser verdampft. Der Anteil beträgt also  $x = 6,65/500 = 0,0133 = 1,33\text{ Prozent}$ .

d)  $s = s' + x * (s'' - s') = 1,306 + 0,0133(7,350 - 1,306) = 1,386\text{ kJ/kgK}$

e) Wirkungsgrad ist 1. Klingt gut. Ist es aber nicht. Entropie wird produziert bzw. Exergie vernichtet, da el. Strom reine Exergie ist. Wärme aber nicht.

Betrachtet wird der unten abgebildete Joule-Prozess mit internem Wärmeübertrager, in dem  $1,5 \text{ kg/s}$  des Arbeitsmediums Luft (ideales Gas:  $\kappa = 1,4$  und  $c_p = 1,006 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ ) umlaufen. Alle Wärmeübertrager sind isobar und die adiabate Turbine arbeitet reversibel. Der adiabate Verdichter hat einen Wirkungsgrad  $\eta_{S,V} = 0,93$ . Die Wärmequelle hat eine Temperatur von  $1200^\circ\text{C}$ , die Umgebung eine Temperatur von  $10^\circ\text{C}$ . Der Druck am Eintritt des Verdichters beträgt  $1 \text{ bar}$ . Dem Verdichter wird eine Leistung  $\dot{W}_t = 427,6 \text{ kW}$  zugeführt. Wählen Sie alle variablen Parameter so, dass der Prozess unter den oben beschriebenen Bedingungen den größtmöglichen thermischen Wirkungsgrad hat.



- Zeichnen Sie den Prozess in ein T-s-Diagramm und ein p-v-Diagramm ein. Kennzeichnen Sie dabei die maximalen und minimalen Temperaturen und Drücke und tragen Sie deren Werte - sofern bekannt - in beide Diagramme ein.
- In der Aufgabenstellung steht, dass für Luft  $\kappa = 1,4$  ist. Wie kann man diesen Wert nur anhand der Molekülstruktur ermitteln? Liegt der reale Wert für  $\kappa$  von Luft im oben beschriebenen Prozess wahrscheinlich höher oder niedriger als  $1,4$ ?
- Bestimmen Sie die Temperaturen und Drücke an allen sechs Eckpunkten des Prozesses.
- Bestimmen Sie den an die Umgebung abgegebenen Wärmestrom.
- Bestimmen Sie den thermischen Wirkungsgrad der Anlage.
- Was repräsentiert die Fläche unter der Zustandsänderung 4-5 in einem T-s-Diagramm?
- Zeichnen Sie in ein p-v-Diagramm die spezifische technische Arbeit  $w_{t,4-5}$  ein, die dem Verdichter zugeführt werden muss.

Lösungsvorschlag:

a) Wie Abb. 7.8 in 3. Auflage Thermodynamik kompakt. Aber mit zusätzlichen Zustandspunkten 3 und 6 auf den Isobaren.  $T_3 = T_5$  und  $T_6 = T_2$ . Außerdem verläuft die Verdichtung nicht senkrecht, sondern leicht von links unten nach rechts oben.

b) Luft besteht fast vollständig aus 2-atomigen Gasen, die 3 translatorische und 2 rotatorische Freiheitsgrade haben. Also ist  $c_v = 5/2R$  und  $c_p = 7/2R$ .  $k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} = 1,4$ . Bei den hohen Temperaturen des Prozesses wird jedoch auch der verbleibende vibratorische Freiheitsgrad aktiv. Somit wandern die Werte für  $c_p$  und  $c_v$  bei gleichem Abstand nach oben und der Quotient von  $c_p$  und  $c_v$  wird kleiner.

c)  $T_1$  ist im besten - und somit gesuchten - Fall  $1200^\circ\text{C} = 1473,15\text{K}$ .  $T_4$  ist aus gleichem Grund  $10^\circ\text{C} = 283,15\text{K}$ .

Der Druck  $p_4 = p_3 = p_2$  beträgt lt. Aufgabe 1 bar.

Da der Verdichter eine Leistung von  $427,6\text{ kW}$  aufnimmt und an das Fluid überträgt, muss gelten  $h_5 - h_4 = 427,6\text{ kW}/1,5\text{ kg/s} = 285\text{ kJ/kg}$ . Da das Arbeitsmedium ein ideales Gas ist gilt  $dh = c_p dT$  und somit  $T_5 - T_4 = \frac{h_5 - h_4}{c_p} = \frac{285\text{ kJ/kg}}{1,006\text{ kJ/kg}} = 283,3\text{ K}$ . Mit bekanntem  $T_4$  ergibt sich  $T_5 = 566,5\text{ K}$ .

Ein idealer, reibungsfreier Verdichter bräuchte eine geringere Leistung und hätte eine geringere Austrittstemperatur  $T_5^* = T_4 + \eta(T_5 - T_4) = 546,7\text{ K}$ . In einem solchen reibungsfreien Verdichter fände eine adiabat isentrope Verdichtung von  $p_4$  auf  $p_5$  statt, bei der die Temperatur von  $T_4$  auf  $T_5^*$  stiege. Von den genannten vier Werten sind alle bis auf  $p_5$  - also das obere Druckniveau - bekannt. Dieses lässt sich zu  $p_5 = p_4 * (\frac{T_5}{T_4})^{\frac{k}{k-1}} = 10\text{ bar}$  ermitteln. Damit haben wir auch  $p_1 = p_6 = p_5 = 10\text{ bar}$  bestimmt.  $T_2$  ergibt sich bei nun bekannten Druckniveaus und bekanntem  $T_1$  zu  $T_2 = T_1 * (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}} = 763,0\text{ K}$ . Der interne Wärmeübertrager arbeitet optimal, wenn gilt:  $T_3 = T_5$  und  $T_6 = T_2$ .

Somit sind alle Drücke und Temperaturen ermittelt worden.

$$d) \dot{Q}_{3-4} = \dot{m}c_p(T_4 - T_3) = -427,6\text{ kW}$$

$$e) \eta = \frac{w_{t,1-2} - w_{t,4-5}}{q_{6-1}} = 0,60$$

f) Das ist die spezifische Dissipationsenergie. (siehe Kapitel 7.1.2 von Thermodynamik kompakt)

g) Fläche links einer Isentrope, von Punkt 4 bis zum Schnittpunkt mit einer Isenthalpe (=Isotherme), die durch Punkt 5 verläuft. (Die Isentrope läuft natürlich auch durch Punkt  $5^*$ )

**Aufgabe 3:** Kraftwerk am Fluß

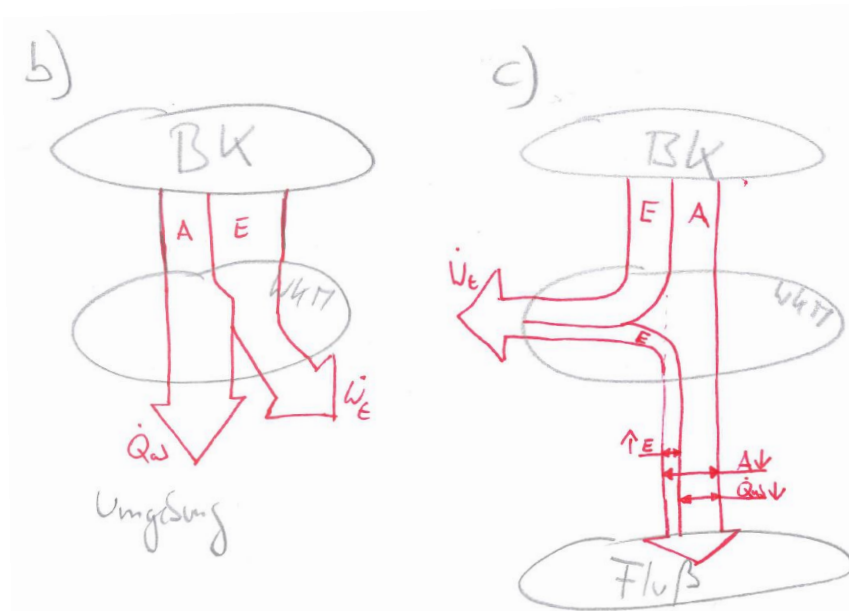
10 von 50 Punkten

Ein Kohlekraftwerk im Alpenvorland liegt an einem Fluß, der  $\dot{m} = 80000 \frac{kg}{s}$  Schmelzwasser aus den Bergen führt. Die Temperaturen des Flusses  $t_F = 3^\circ C$ , der Brennkammer  $t_B = 850^\circ C$  und der Luft der Umgebung  $t_U = 20^\circ C$  sind bekannt.

- Ein Erfinder schlägt eine Verbesserung des Kraftwerks vor, die zu einem thermischen Wirkungsgrad von  $\eta_{th} = 0,76$  führen soll. Wie beurteilen Sie diesen Vorschlag?
- Zeichnen Sie ein Exergie-Anergie-Schaubild für den Fall, dass die Abwärme des Kraftwerks an die Umgebungsluft abgegeben wird und dass der Kraftwerksprozess irreversibel ist.
- Zeichnen Sie ein Exergie-Anergie-Schaubild für den Fall, dass die Abwärme des Kraftwerks an den Fluß abgegeben wird und dass der Kraftwerksprozess reversibel ist.
- Welche maximale Leistung könnte eine Wärmekraftmaschine bereitstellen, die den Fluss als Wärmesenke verwendet aber über keine Brennkammer verfügt?

Lösungsvorschlag:

a) Selbst wenn der Fluss ( $t=3^\circ C$ ) als Wärmesenke verwendet wird, würde der ideale Carnotprozess nur einen Wirkungsgrad von gut 75 Prozent erreichen. Alles darüber - also in diesem Fall 76 Prozent - ist schlicht unmöglich.



d) Gesucht ist die Exergie des Flusses:  $-\dot{W}_{ex} = \dot{m}[h_1 - h_u - T_u(s_1 - s_u)]$ .

Die Enthalpiedifferenz ergibt sich zu  $h_1 - h_u = c_{H_2O}(t_F - t_U) = 4,18(3 - 20) = -71,06 \frac{kJ}{kg}$

Die Entropiedifferenz ergibt sich zu  $s_1 - s_u = c_{H_2O} \ln\left(\frac{T_f}{T_u}\right) = 4,18 \ln\left(\frac{276,15}{293,15}\right) = -0,2497 \frac{kJ}{kgK}$

$$-\dot{W}_{ex} = 80000 \frac{kg}{s} \left[ -71,06 \frac{kJ}{kg} - 293,15 K (-0,2497 \frac{kJ}{kgK}) \right] = 171,5 MW$$

- a) Warum muss bei einer isothermen Zustandsänderung eines idealen Gases die Volumenänderungsarbeit gleich dem Betrag der dabei übertragenen Wärme sein?
- b) Sie kennen von einem Stoff bei  $80^\circ\text{C}$  den Siededruck ( $p_s = 0,4736 \text{ bar}$ ), das spezifische Volumen der Gasphase im Naßdampfgebiet ( $v'' = 3,4097 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$ ) sowie die Verdampfungsenthalpie ( $r = 2307,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ). Ermitteln Sie aus diesen Daten annähernd den Siededruck bei  $81^\circ\text{C}$ .
- c1) Die Luft in einem Raum hat eine relative Feuchte  $\varphi = 0,60$ . Während die Lufttemperatur im Raum konstant bleibt, sinkt nachts die Temperatur einer Fensterscheibe und bei einer Oberflächentemperatur von  $t_F = 10^\circ\text{C}$  bildet sich dort das erste Kondenswasser. Wie hoch ist die Lufttemperatur  $t_L$  im Raum?
- c2) Fortsetzung von c1): Im Laufe der Nacht kondensieren 100g Wasser aus. Im Raum befinden sich 40kg trockene Luft. Wie groß ist die relative Feuchte im Raum am Ende der Nacht? Und wie weit muss die Temperatur der Scheibe mindestens gesunken sein? (Hinweis: Die Lufttemperatur  $t_L$  ändert sich nicht.)

Lösungsvorschlag:

a) Für ein ideales Gas gilt:  $dU=cv*dT$ . Daraus folgt für  $dT=0$ , dass auch  $dU=0$  gelten muss. Der 1.HS für ein geschlossenes System liefert  $\Delta U_{12} = Q_{12} - W_{V,12}$ . Wenn auf der linken Seite  $dU=0$  gilt, muss  $W_{V,12} = -Q_{12}$  gelten.

b) Da der Stoff nicht bekannt ist, ist ein allgemeiner Zusammenhang für die Abhängigkeit des Siededrucks von der Temperatur notwendig. Hier hilft uns die Clausius-Clapeyronsche Gleichung:  $\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \frac{r}{v''-v'}$ , die sich zu  $\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \frac{r}{v''}$  vereinfachen lässt, da  $v''$  i.d.R. sehr viel größer ist als  $v'$ . Im vorliegenden Fall sind  $r$  und  $v''$  bekannt. Damit lässt sich  $dp/dT$  und näherungsweise auch  $\Delta p/\Delta T$  bestimmen.  $\Delta T$  ist gegeben, so dass sich die Änderung des Siededrucks  $\Delta p = 1913 \text{ Pa}$  und damit der Siededruck bei  $81^\circ\text{C}$   $p_s(81^\circ\text{C}) = p_s(80^\circ\text{C}) + \Delta p = 0,4927 \text{ bar}$  bestimmen lässt.

c1) *Lösungsweg 1:* Eine grafische Lösung mithilfe des Mollier  $h,x$ -Diagramms bietet sich an: Ausgehend vom Schnittpunkt der  $10^\circ\text{C}$ -Isotherme und der Sättigungslinie lässt sich ein Wassergehalt  $x$  im Sättigungszustand von knapp  $8 \text{ g/kg}$  ablesen. Anhand des Schnittpunkts zwischen der senkrechten Linie mit  $x = 8 \text{ g/kg}$  und der Linie für  $\varphi = 60\%$  lässt sich  $t = 18^\circ\text{C}$  ablesen.

*Lösungsweg 2:* Anhand der Dampftafel kann der Sättigungsdampfdruck  $p_s(10^\circ\text{C}) = 0,0123 \text{ bar}$  bestimmt werden. Dies entspricht dem Dampfdruck der Raumluft mit  $\varphi = 60\%$ . Der Sättigungsdampfdruck bei Raumtemperatur ergibt sich damit zu  $p_s(t_{\text{Raum}}) = p_s(10^\circ\text{C})/\varphi = 0,0205 \text{ bar}$ . Durch Interpolation mit der Dampftafel ergibt sich die Raumtemperatur.

c2) *Lösungsweg 1:* Auskondensieren von  $100 \text{ g}$  Wasser aus  $40 \text{ kg}$  trockener Luft bedeutet, dass die Wasserbeladung  $x$  um  $\Delta x = 100/40 \text{ g/kg} = 2,5 \text{ g/kg}$  sinkt. Sie liegt nun also bei etwa  $x_2 = 5,5 \text{ g/kg}$ . Durch den Schnittpunkt von  $x_2$  und der bekannten Raumtemperatur von  $18^\circ\text{C}$  ergibt sich eine relative Feuchte von ca.  $42 \text{ Prozent}$ . Die Sättigungstemperatur bei  $x_2 = 5,5 \text{ g/kg}$  liegt bei ca.  $5^\circ\text{C}$ .

*Lösungsweg 2:* Der Wassergehalt im Ausgangszustand lässt sich über  $x = 0,622p_D/(p - p_D)$  berechnen.  $x_2$  bestimmt sich analog zur graphischen Lösung und damit kann der Wasserdampfdruck am Ende der Nacht durch  $p_{D,2} = x_2 \cdot p / (0,622 + x_2) = 0,0084$  bar und die relative Feuchte  $\varphi_2 = p_{D,2}/p_s(t_{Raum})$  bestimmt werden. Die Temperatur der Scheibe ergibt sich durch Interpolation mit  $p_{D,2}$  und der Dampftafel.