Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

23. Februar 2017

Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Strahltriebwerk* 16 von 50 Punkten

Betrachtet wird das Strahltriebwerk eines Flugzeugs, in dem Luft (ideales Gas) folgende Zustandsänderungen durchläuft:

1-2: Adiabat reversible Verzögerung auf eine Geschwindigkeit $c_2 = 0\,\frac{m}{s}$ im Diffusor.

2-3: Adiabat reversible Verdichtung auf $p_3 = 6\,bar$.

3-4: Isobare Wärmezufuhr $\left(q_{3-4} = 790\,\frac{kJ}{kg}\right)$ auf $t_4 = 1075°C$

4-5: Adiabate Entspannung in einer Turbine, die den Verdichter antreibt, auf $p_5 = 2{,}3\,bar$. Die Turbine hat einen Isentropenwirkungsgrad von $\eta_{S,T} = 0{,}95$

5-6: Adiabate, reibungsbehaftete Entspannung in der Schubdüse auf Umgebungsdruck. Die austretende Luft hat eine Geschwindigkeit von $c_6 = 980\,\frac{m}{s}$

Die Luft tritt mit einem Druck $p_1 = p_u = 0,25\,bar$ in das Triebwerk ein. Verwenden Sie für Luft folgende Stoffdaten: $c_p = 1{,}006\,\frac{kJ}{kg\,K}$ und $c_v = 0{,}718\,\frac{kJ}{kg\,K}$
Hinweis: Vernachlässigen Sie das eingespritzte Kerosin in Ihrer Rechnung. Gehen Sie einfach von einer Wärmezufuhr in der Brennkammer aus.

a) Skizzieren Sie den Prozess in einem T-s Diagramm!

b) Welche Temperatur hat die aus dem Triebwerk austretende Luft?

c) Bestimmen Sie die Drücke und Temperaturen in allen sechs Eckpunkten des Prozesses.

d) Bestimmen Sie die Eintrittsgeschwindigkeit der Luft in das Triebwerk.

Lösung zu Aufgabe 1

a) Wie im Aufgabenbuch Aufgabe 7.6; allerdings 2-3 senkrecht nach oben und 4-5 und 5-6 von links oben nach rechts unten. Beide Prozesse sind irreversibel und die Entropie nimmt zu.

b) Zunächst wird der Zustand 5* berechnet, der von 4 isentrop erreicht wird. Es folgt: $p_{5^*} = p_5 = 230000\, pas$, $T_{5^*} = 1024{,}5\, K$.

Mithilfe des Wirkungsgrads wird nun $T_5 = 1040,7\, K$ bestimmt. Ein Teil der Enthalpie der Luft in 5 wird dabei von 5-6 in kinetische Energie umgewandelt:

$$0{,}5 \cdot (c_6^2 - c_5^2) = h_5 - h_6 = c_p \cdot (T_5 - T_6).$$

Daraus ergibt sich $T_6 = 573{,}06\, K$.

c) T_3 kann mithilfe der bekannten spezifischen Wärmezufuhr berechnet werden:

$$T_3 = T_4 - \frac{q_{3-4}}{c_p} = 562,9\, K$$

Nun wird als nächstes Zustand 1 untersucht, der auf der gleichen Isentropen liegen muss wie Zustand 3, da sowohl die Zustandsänderung 1-2, also auch 2-3 isentop verläuft. Also kann aus den bekannten T_3, p_3 und p_1 die gesuchte Temperatur T_1 ermittelt werden. Daraus folgt $T_1 = 226,6\, K$.

Aus der Temperaturdifferenz $T_5 - T_4$ und der isobaren Wärmekapazität kann auf die spezifische Arbeit der Turbine und somit auch direkt auf die spezifische Arbeit des Verdichters

$$w_{2-3} = -w_{4-5} = -c_p \cdot (T_5 - T_4) = 309{,}3\, \frac{kJ}{kg}$$

geschlossen werden. Mit dieser Arbeit kann T_2 berechnet werden:

$$T_2 = T_3 - \frac{w_{2-3}}{c_p} = 255{,}42\, K$$

Somit kann aus den bekannten T_3, p_3 und T_2 der gesuchte Druck $p_2 = 37977\, pas$ ermittelt werden.

d) Aus der bekannten Temperatur- und somit ebenfalls bekannten Enthalpiedifferenz der Zustände 1 und 2 kann auf die Geschwindigkeit im Zustand 1 geschlossen werden:

$$c_1 = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)} = 240,7\, \frac{m}{s} \qquad (1)$$

a) Herr Meier betreibt eine Wärmepumpe, die der Umgebungsluft Wärme entzieht, um sein Haus zu heizen. Er beobachtet die abgegebene Wärmeleistung und die aufgenommene elektrische Leistung regelmäßig. Nach zwei Jahren Betrieb beschwert er sich beim Hersteller, dass immer genau im Januar und Februar, wenn er viel heizen muss, die Leistungszahl der Wärmepumpe sinkt. Gibt es dafür eine Erklärung?

b) In einem Kühlschrank ($\varepsilon = 2{,}5$) brennt aufgrund eines defekten Schalters die Innenraumlampe permanent. Diese Lampe hat eine Leistungsaufnahme von 5 Watt. Wie hoch ist der elektrische Mehrverbrauch des Kühlschranks in einer Woche aufgrund des defekten Schalters? (Betrachtet wird eine Woche, in der der Besitzer des Kühlschranks im Urlaub ist und den Kühlschrank nie öffnet.)

c) In einer Wohnung mit zu hoher Luftfeuchtigkeit wird ein Luftentfeuchter betrieben, der die Luft abkühlt, sodass Kondenswasser in einen Sammelbehälter abgeschieden wird. Danach wird die Luft wieder auf Raumtemperatur erwärmt. Der Luftentfeuchter nimmt eine elektrische Leistung von 300 W auf. In zwei Stunden wird 1 Liter Kondenswasser abgeschieden. Die Luft im Raum hat eine Temperatur von 20°C. Der Verkäufer des Entfeuchters verspricht dem Betreiber, dass das Gerät nicht nur entfeuchtet, sondern auch den Raum heizt. Stimmt das? Falls ja: Welcher Wärmestrom, wird im Betrieb vom Entfeuchter an den Raum abgegeben?

Lösung zu Aufgabe 2

a) Im Winter ist es kalt, die Wärmepumpe muss eine besonders große Temperaturdifferenz überbrücken. Mit steigender Temperaturdifferenz nimmt die Leistungszahl ab.

   Einen weiteren Punkt erhält man für die Definition der Leistungszahl (real oder Carnot) und die Veranschaulichung im ph-Diagramm oder anderen Darstellungen.

b) 5 Watt müssen für die Lampe bereitgestellt werden. 2 Watt müssen für die Wärmeabgabe bereitgestellt werden. Aus den 5 bzw. 2 Watt resultiert eine Energie von 840 Wh bzw. 336 Wh. Die Gesamtenergie pro Woche beträgt somit 4233 kJ bzw. 1,176 kWh.

c) Die aufgenommene Wärme von 300W wird abgegeben. Die Kondensationswärme von 2453,4 kJ/kg wird abgegeben. Somit resultiert aus der Kondensation ein Wärmestrom von 340,75 W. Der resultierende Gesamtwärmestrom beträgt 640,75 W.

Aufgabe 3: *Ideales Gas* 9 von 50 Punkten

In einer Druckluftflasche (Volumen $V = 10\,l$) befindet sich feuchte Luft. Es handelt sich um ein Gemisch idealer Gase (Luft und Wasserdampf). Folgende Werte des Gemischs sind durch Messungen bestimmbar: Druck $p = 10\,bar$, Temperatur $t = 50°C$, Masse des Gasgemischs in der Flasche $m_g = 107{,}45\,g$.

a) Bestimmen Sie die Masse des Wassers in der Flasche.

b) Können Sie ausschließen, dass im oben beschriebenen Zustand, einem Gleichgewichtszustand, ein Teil des Wassers in flüssiger Form vorliegt?

c) Führen Sie eine iterative Rechnung durch (nur die ersten zwei Schritte), um die Temperatur zu bestimmen, ab der sich bei einer Abkühlung Kondensat bildet.

Lösung zu Aufgabe 3

a) Die Idealgasgleichung für das Wasser-Luft-Gemisch kann nach der Gaskonstante des Gemischs aufgelöst werden:

$$R_g = \frac{p \cdot V}{m \cdot T} = \frac{1000000\,pas \cdot\ 0{,}01\,m^3}{0{,}10745\,kg \cdot\ 323{,}15\,K} = 287{,}998\,\frac{J}{kg \cdot K}$$

Die spezifische Gaskonstante eines Gemischs lässt sich aus den mit Ihren Massenanteilen gewichteten Gaskonstanten seiner Bestandteile (hier: Luft und Wasserdampf)

$$R_g = \frac{R_L \cdot m_L + R_D \cdot m_D}{m_g}$$

berechnen. Weiterhin ist bekannt, dass $m_g = m_L + m_D$ ist. Somit lässt sich m_D berechnen:

$$m_D = m_g \frac{R_g - R_L}{R_D - R_L} = 0{,}00061\,kg$$

b) Mit der nun bekannten Wassermasse m_D und der Masse der trockenen Luft $m_L = m_g - m_D$ lässt sich der Wasseranteil x = 0,0058 berechnen. Daraus ergibt sich der Partialdruck des Wasserdampfs zu $p_D = \frac{x-p}{0{,}622-x} = 0{,}0941\,bar$.

Da dieser geringer ist als der Sättigungsdruck bei 50°C ($p_s(50°C) = 0,1233\,bar$), liegt das gesamte Wasser im gasförmigen Zustand vor.

c) Eine isochore Abkühlung auf 44,615°C (Durch lin. Interpolation zwischen 40°C und 45°C bestimmt) sorgt dafür, dass der Sättigungsdruck $p_s(44,615°C)$ so groß ist wie der zuvor berechnete Partialdruck des Wasserdampfs. Mit sinkender Temperatur in der Flasche, sinkt aber auch der Gesamtdruck (auf 9,833 bar) und damit der Partialdruck des Wasserdamps (auf 0,0926 bar). Also muss erneut (Iteration!) die Temperatur gefunden werden, bei der der Sättigungsdruck dem Partialdruck entspricht (44,28°C). Das Ergebnis wird bei weiteren Iterationen immer genauer.

Aufgabe 4: *Arbeitsfähigkeit von Wasserdampf* 16 von 50 Punkten

Kurzfrage: Je nachdem auf welchem Weg man ein System auf Umgebungszustand bringt, kann es unterschiedlich viel Arbeit verrichten. Kann man deshalb sagen, dass die Arbeitsfähigkeit, also die Exergie, eines Systems eine wegabhängige Größe ist?

In einem Behälter mit einem Volumen $V_1 = 2\,m^3$ befinden sich ausschließlich 5 kg Wasser. Die Temperatur des Wassers beträgt $T_1 = 373{,}15\,K$. Die Umgebungstemperatur ist $T_u = 273{,}15\,K$. Der Druck der Umgebung ist $p_u = 1{,}0133\,bar$.

Hinweis: In Teilaufgabe a) müssen Größen für Wasser im Umgebungszustand ermittelt werden. Nehmen Sie dabei an, dass die gesuchten Größen im Umgebungszustand näherungsweise so groß sind wie die von siedendem Wasser bei Umgebungstemperatur (und natürlich einem geringeren Druck).

a) Wie groß ist die Arbeitsfähigkeit des Wassers in dem Behälter?

b) Welche Zustandsänderungen müsste man vollziehen, damit das Wasser diese Arbeit verrichtet? Falls es sich um mehrere Schritte handelt, bestimmen Sie Druck, Temperatur und Volumen des Wassers in den Zwischenzuständen zwischen den genannten Zustandsänderungen.

c) Zeichen Sie die notwendigen Zustandsänderungen in einem p-v-Diagramm ein und kennzeichnen Sie in dem Diagramm die Exergie des Wassers im Zustand 1.

d) Erläutern Sie anhand eines geeigneten Diagramms, warum die Entropie von Wasser im Umgebungszustand näherungsweise denen der siedenden Flüssigkeit bei korrekter Temperatur (und abweichendem Druck) entsprechen sollen (siehe Hinweis) und nicht denen der siedenden Flüssigkeit bei korrektem Druck (und abweichender Temperatur).

Lösung zu Aufgabe 4

Kurzfrage: Je nach Weg wird unterschiedlich viel Arbeit verrichtet. Aber es gibt nur einen Weg auf dem die maximale Arbeit verrichtet wird. Und nur diese maximale Arbeit entspricht der Exergie. Es kann nicht unterschiedliche maximale Arbeiten geben.

a) Die gesuchte Arbeitsfähigkeit entspricht der Exergie der inneren Energie:

$$w_{ex} = u_1 - u_u + p_u \cdot (v_1 - v_u) - T_u \cdot (s1 - s_u)$$

Da der Druck $p_1 = p_u$ ist, können die ersten zwei Drittel der Gleichung zu $h_1 - h_u$ zusammengefasst werden. (Vgl. $h = u + pV$). Unter Beachtung des spezifischen Volumens $v_1 = \frac{2\,m^3}{5\,kg} = 0{,}4\,\frac{m^3}{kg}$ erkennt mann sofort, dass sich das Wasser bei 100°C im Naßdampfgebiet befindet.

Weiterhin lässt sich mit dem bekannten spezifischen Volumen der Dampfanteil $x = 0,2386$ bestimmen. Mit dem nun bekannten Dampfanteil können die folgenden Werte unter Ausnutzung des in der Aufgabenstellung gegebenen Hinweises der Dampftafel entnommen werden:

$$h_1 = 957,16\,\frac{kJ}{kg}, \quad h_u = 0\,\frac{kJ}{kg}, \quad s_1 = 2,7486\,\frac{kJ}{kgK}, \quad s_u = 0\,\frac{kJ}{kgK}, \quad v_u = 0,001\,\frac{m^3}{kg}$$

Mit diesen Werten ergibt sich für die betrachteten 5 kg eine Exergie von $W_{ex} = mw_{ex} = 1031,9kJ$

b) 2 Zustandsänderungen (ZÄ) werden benötigt: Isentrope ZÄ bis auf Umgebungstemperatur T_u. Dann isothermo ZÄ bis zum Umgebungsdruck p_u. Es ergibt sich also ein Zwischenzustand, der im ND-Gebiet bei Umgebungstempertur $T_z = T_u = 273{,}15\,K$ und $p_z = p_s(T_u) = 0{,}0061\,bar$ liegt.

Um nun das Volumen zu bestimmen, muss erst der Dampfanteil x_z über die bekannte spezifische Entropie $s_z = s_1 = 2,748\frac{kJ}{kgK}$ zu $x = 0,3$ berechnet werden. Mit dem nun bekannten Dampfanteil lässt sich das gesuchte Volumen $v_z = 61,95\,\frac{m^3}{kg}$ bzw. $V_z = 309,78\,m^3$ (zwischen v'=0,001 und v"=206,34) ermitteln.

c) Isentrope ZÄ innerhalb des ND-Gebiets bis auf Umgebungstemperatur T_u. Dann isotherm ZÄ ins Flüssigkeitsgebiet bis zum Umgebungsdruck p_u. Die von den beiden ZÄ eingeschlossene Fläche entspricht der Exergie.

d) Da sich die Isobaren im Flüssigbereich an das ND-Gebiet anschmiegen.